Números de Fibonacci e Aplicações em Análise Técnica

Aluno: Igor Leandro Vieira
Orientador: Alessia Mandini
Co-Orientador: Edgard Pimentel

Introdução

No ano de 1202, um matemático italiano conhecido como Fibonacci publicou o livro chamado *Liber Abaci*, no qual haviam expostos diversos problemas algébricos e exemplos retirados do dia a dia de comerciantes e mercadores da época. Fibonacci, provavelmente originado do diminutivo de *fillius* Bonacci, ou seja, latim para filho de Bonacci (seu pai) chamava-se, na verdade, Leonardo Pisano. Foi um filho de mercador nascido na República de Pisa em uma região montanhosa do que hoje é parte da Argélia. Este matemático é considerado um dos maiores de seu tempo por reunir os conhecimentos de suas variadas viagens pelo mediterrâneo [1]. A maioria deles era de grande influência árabe e foram introduzidos à Europa de forma concisa e esclarecedora em seus trabalhos.

No século XII, a Europa abria as portas para o Renascimento. Transformações culturais, políticas e científicas começaram a florescer, especificamente nas cidades italianas, e serem difundidas entre os povos da Europa ocidental. Foi aí que o *Liber Abaci* assumiu um importante papel na história. Seus capítulos incluem a introdução aos algarismos hindo-arábicos e suas operações, assim como problemas de proporção, cálculo de juros, conversão monetária e resolução de equações quadráticas. Sua obra serviria para nutrir e inspirar diversas gerações de intelectuais da época, inclusive a classe burguesa em ascensão, composta em sua maioria por comerciantes que trabalhavam diariamente com essas exatas operações e formas de raciocinar.

Apesar de tanta repercussão, a famosa sequência pelo qual seu nome é conhecido nos dias de hoje começou a ganhar atenção apenas com os trabalhos de outro matemático. O francês Edouard Lucas se intrigou com uma questão apresentada no livro de Pisano sobre o crescimento de uma população de coelhos fictícia. Diversas propriedades da sequência e relações com a geometria e números primos, assim como sua convergência para o famoso Número de Ouro (Φ), foram descobertas por ele [2]. Com isso, mais de 600 anos depois de Fibonacci, a série e suas singularidades começaram a ser conhecidas e estudadas. Desde aparições na natureza à, inclusive, aplicações em sistemas de apostas e algoritmos da ciência da computação, a chamada sequência de Fibonacci permanece intrigante para os que já ouviram falar.

Sua aplicação em questão, a ser analisada neste trabalho, começou a ser explorada no início do século XX por economistas interessados nas flutuações de preços no mercado. Nesse período, começaram a se desenvolver teorias de como seria possível prever os valores dos ativos no tempo. Uma das vertentes que surgiram foi a da análise técnica. Ela se apoiava em uma série de textos publicados por Charles Dow (co-fundador da Dow Jones & Company), no que hoje seria o The Wall Street Journal, a respeito da bolsa de valores. Esses textos foram reunidos e suas ideia chamadas de Teoria de Dow. Dentre seus principais pontos, afirma-se que o mercado é constituído por diferentes tendências, que essas tendências são definidas pelo preço de fechamento do mercado e que os índices descontam tudo, ou seja, o mercado é eficiente de

forma que quaisquer informações corporativas e econômicas de conhecimento público são instantaneamente incorporadas ao valor das ações e refletidas por ele.

Em 1938, Ralph Nelson Elliot, possivelmente influenciado por essas ideias, publicou o livro The Wave Principle onde eram analisados dados de 75 anos da bolsa de valores americana [3]. Nele, Elliot afirma que o mercado, aparentemente aleatório, na verdade obedece a leis naturais que possibilitam a sua previsão. Essas leis teriam como base a teoria dos fractais e seriam, posteriormente, relacionadas aos números de Fibonacci. Estes, como já visto, descobertos por Pisano e decifrados por Lucas. A inspiração para essa ideia surgiu do fato dos números de Fibonacci terem sido observados em certos aspectos de comportamento humano e sua reputação de reger a ordem de fenômenos aparentemente caóticos. Como a bolsa de valores representa a avaliação humana de sua própria produção, não seria um absurdo inferir que ela respeita também os mesmos princípios que, teoricamente, nos definem. Criou-se, então, uma concepção de que os preços passados, se analisados a partir desses princípios, poderiam prever os valores futuros.

Até hoje não há nada que confirme matematicamente essa teoria, inclusive há muitos estudos dedicados a entender melhor suas repercussões e aplicações [4]. Neste trabalho, no entanto, busca-se, além de investigar a sequência, refutar ou não o método das retrações de Fibonacci. O qual representa apenas um dos recursos usados por analistas técnicos modernos para suas previsões, representando também o mais difundido e conhecido no meio. Para isso, utiliza-se testes de hipóteses estatísticas aplicadas no software R. Ferramenta importante, de fácil acesso e utilizada por muitos que trabalham na área econômica e estatística. Outros métodos menos difundidos e mais complexos de análise do mercado não serão analisados aqui.

Tentou-se demonstrar também que, para períodos de intensa instabilidade econômica, pode não ser possível realizar previsões a partir das retrações de Fibonacci, por conta do aumento de volatilidade no mercado. Os resultados empíricos demonstram isso e indicam que as aparições da Razão Áurea nos gráficos da bolsa podem não passar de chance, dada a característica volátil e oscilatória do mercado. Não cabe, por fim, provar formalmente sua presença, mas sim verificar sua aplicação na análise técnica do mercado de ações.

1. Sequência de Fibonacci

Um dos problemas citados no *Liber Abaci*, provavelmente o mais conhecido atualmente, que introduziu a famosa série matemática, na qual este trabalho se baseia, é a da progressão de uma determinada população de coelhos. Pisano, no capítulo 12 de seu livro, apresentou a questão traduzida e devidamente adaptada da seguinte maneira [5]:

"Um certo homem botou um par de coelhos em um lugar cercado de todos os lados por uma parede. Quantos pares de coelhos podem ser produzidos a partir desse par em um ano se, supostamente, todo mês cada par dá à luz a um novo par que se torna produtivo no mês seguinte?"

Uma análise rápida do problema indica que no primeiro mês, haverá apenas o par inicial. No segundo mês, este terá dado à luz a um novo par de coelhos jovens, totalizando dois pares. No mês seguinte, o par mais antigo dá à luz a um novo par de jovens coelhos jovens, mas os nascidos no mês anterior ainda não podiam procriar, totalizando três pares. No quinto mês, os dois pares adultos produzem dois pares jovens e os que eram jovens no mês anterior acabam de se tornar férteis. Assim sendo, há cinco pares.

Seguindo essa linha de raciocínio, e definindo um i-ésimo mês por F_i, percebemos que a sequência começa a se formar: $F_1 = 1, F_2 = 2, F_3 = 3, F_4 = 5, F_5 = 8, F_6 = 13, \ldots$

Adaptando o problema de forma que no mês zero não haja coelhos e no primeiro coloca-se um par jovem que só se tornará fértil no mês seguinte, temos a sequência a partir do mês F_0:

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \ldots$$

Portanto, pode-se definir a série de forma recursiva.

$$\begin{cases} F_0 = 0 \\ F_1 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \end{cases} \qquad \forall\, n \geq 2$$

Há outras formas que podemos usar para definir essa mesma sequência, como a fórmula geral para as sequências de Lucas [6]. Porém, para os fins deste trabalho e as operações e métodos que utilizaremos não será necessário mencioná-las. A função F_n descrita mais do que bastará.

2. Convergência e Razões da Sequência de Fibonacci

No estudo subsequente da série, analisou-se suas propriedades de convergência. Para isso, foi necessário compreender o limite de uma sequência e a definição de convergência. Também foi preciso provar a suposição de que sequências monótonas limitadas convergem para algum valor real antes de calcular esses valores para subsequências desejadas.

Primeiramente, por definição, o limite de uma sequência (a_n) é igual a $\alpha \in \mathbb{R}$ se, para todo número real $\varepsilon > 0$, pode-se obter n_0 natural tal que todos os termos a_n, com $n > n_0$, respeitem a condição $|a_n - \alpha| < \varepsilon$. Escreve-se, então, $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$ e isso caracteriza a sequência como sendo convergente. Na prática isso significa que para valores infinitamente grandes de n, os termos da sequência se tornam infinitamente próximos de α e, por consequência, assumem valores dentro do intervalo aberto $(\alpha - \varepsilon, \alpha + \varepsilon)$.

Do jeito que está, a sequência de Fibonacci representa uma série infinita e, portanto, não converge. Mas se, por acaso, quiséssemos analisar a taxa de crescimento ou decrescimento da quantidade de pares de coelhos no cercado? Mais especificamente as razões entre um número de Fibonacci e seu antecessor.

Essas taxas podem ser definidas por duas funções X_n e Y_n tais que

$$X_n = \frac{F_{n+1}}{F_n} \;\; \forall\, n > 0 \qquad\qquad Y_n = \frac{F_n}{F_{n+1}}$$

As duas são subsequências monótonas de F_n. Como $F_{n+1} > F_n \; \forall n \in \mathbb{N}$, X_n sempre crescerá (monótona crescente) e Y_n decrescerá (monótona decrescente) à medida que o valor de n progride. Mas nesse caso não podemos usar o teorema de Bolzano-Weierstrass para provar sua convergência (F_n não é limitada superiormente) [7]. Uma sequência (a_n) é dita limitada se existe $\beta \in \mathbb{R}$ tal que $|a_n| \leq \beta$ para todo valor de n.

Há outra forma, porém, de mostrar que uma sequência converge. Sabe-se que todas as sequências monótonas limitadas convergem. A argumentação para a demonstração dessa afirmativa é a seguinte:

Suponhamos que uma sequência (a_n) é monótona crescente e limitada. Sendo β supremo de a_n, existe um $\varepsilon > 0$ tal que $\beta - \varepsilon$ não é supremo. O que implica na existência de um $n_0 \in \mathbb{N}$ $\beta - \varepsilon \leq a_{n_0} \leq \beta$. Já que a sequência é crescente, ou não-decrescente, se temos $n > n_0$:

$$\beta - \varepsilon \leq a_{n_0} \leq a_n \leq \beta < \beta + \varepsilon$$

$$|a_n - \beta| < \varepsilon$$

$$\lim a_n = \beta$$

A conclusão é que ela converge para β. O mesmo vale para caso a sequência fosse não-crescente, ou monótona decrescente. O $\lim a_n$ é o valor ínfimo no qual o conjunto dos valores da sequência alcança (α no caso da sequência a_n).

Enfim, para X_n, sabe-se que ela é limitada inferiormente pelo valor 1. Basta agora, sabermos se é limitada superiormente. Desenvolvendo:

$$X_{n+1} = \frac{F_{n+2}}{F_{n+1}} = \frac{F_{n+1} + F_n}{F_{n+1}} = 1 + \frac{F_n}{F_{n+1}} = 1 + Y_n$$

Como Y_n nunca assume valor maior que 1, então $X_{n+1} \leq 2$ para todo n que escolhermos. Isso nos mostra que X_n é limitada superiormente e, por fim, convergente. Ainda podemos aproveitar esse mesmo desenvolvimento e mostrar que Y_n converge:

$$\Phi = \lim_{n\to\infty} X_n = 1 + \lim_{n\to\infty} Y_n \quad \Rightarrow \quad \lim_{n\to\infty} Y_n = \Phi - 1 = \varphi$$

Mas isso já era possível de supor, pois Y_n é monótona decrescente limitada por 0 e 1. Basta, agora, calcular seus limites. Isso foi feito usando as mesmas relações que definem a sequência de forma que

$$\Phi = \lim_{n\to\infty} X_n = \lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{F_n + F_{n-1}}{F_n} = 1 + \lim_{n\to\infty} \frac{F_{n-1}}{F_n} = 1 + \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty} X_n}$$

$$\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$$

Multiplicando-se os dois lados da equação por Φ, obtém-se uma equação do segundo grau que pode ser facilmente resolvida pela fórmula quadrática. Ao selecionar o resultado positivo, temos a razão para valores de n infinitamente grandes, cujo valor aproximado é

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.61803398875$$

Pela relação que se encontrou antes, pode-se calcular que $\lim\limits_{n\to\infty} Y_n$ tem valor aproximado de

$$\varphi \approx 0.61803398875$$

Analisando melhor esses dois números, percebe-se que há mais uma relação, a qual será explorada posteriormente:

$$\frac{1}{\Phi} = \varphi$$

O número irracional Φ é chamado de Razão Áurea. Essa razão – também é conhecida como Número de Ouro, Seção Áurea, Proporção Divina e entre outros – exerce uma grande importância histórica na matemática. Muito se especula sobre esse número, seu significado e aplicações, havendo uma gama imensa de literatura sobre ele. Apesar de muitas informações transmitidas não passarem de entusiasmo e propagação repetida de erros [8], é inegável que essa proporção possui propriedades intrigantes e pode ser encontrada nas mais diversas ocasiões e seres da natureza [9].

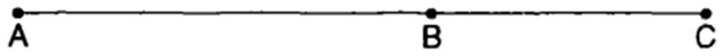
No que pode ser dito sobre a análise técnica e o método investigado nesse trabalho, há outras razões que surgem dessa sequência que possuem igual importância ao Número de Ouro. São elas:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F_n}{F_{n+2}} = \frac{1}{\Phi + 1} \approx 0.3819660113$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F_n}{F_{n+3}} = \frac{1}{2\Phi + 1} \approx 0.2360679775$$

3. Proporções Geométricas

A sequência e suas razões possuem também interessantes propriedades geométricas. Na verdade, é possível observar uma grande relação dos números de Fibonacci com a geometria. De fato, pode-se definir a Razão Áurea a partir da seguinte construção geométrica. Tome por exemplo um segmento de reta AC de comprimento igual a 1 e dividido no ponto B.



Fonte: DUNLAP, R. A. The Golden Ratio and Fibonacci Numbers

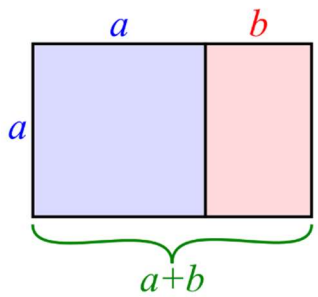
Se denominarmos o segmento AB como x e inferirmos que o segmento AC está para AB na mesma proporção que o segmento AB está para AC, teremos a igualdade

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x} \;\Rightarrow\; x^2 + x - 1 = 0$$

Curiosamente, uma das raízes do polinômio é $-\Phi$. Mas a única raiz de significância física seria a positiva e portanto

$$x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \varphi$$

Com isso, o segmento BC mede $1/\Phi + 1$ e a razão entre BC e AB é igual a φ. Consequentemente, $\mathrm{AB}/\mathrm{BC} = \Phi$ ($\frac{1}{\Phi} = \varphi$). A partir daí, pode-se rotacionar a maior seção para que ela forme um ângulo de 90° com a outra e estender cada lado para formar um retângulo. Esta figura preserva a mesma proporção que o segmento de reta ilustrado anteriormente. É comumente conhecida como o retângulo de ouro.

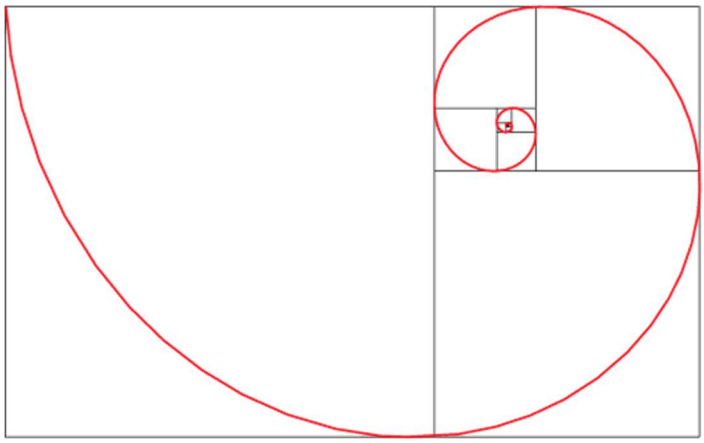


Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Golden_rectangle

Na figura acima, com base no retângulo recém-criado, $a \approx 0.38196$ e $b \approx 0.23606$. Sua área é

$$a \times (a+b) = \frac{1}{\Phi+1} \times \varphi = \frac{1}{\Phi+1} \times \frac{1}{\Phi} = \frac{1}{\Phi^2+\Phi} = \frac{1}{2\Phi+1} \approx 0.2360679775$$

Se dividir o retângulo ab de cor vermelha da mesma forma que a figura acima de modo que a seja a soma de segmentos b e c, e depois com o retângulo recém-criado bc fizer isso também e mais infinitas vezes teremos infinitos quadrados (de lados equivalentes à a,b,c,...) dentro do retângulo de ouro. Essas etapas são chamadas de deflação. A área desses quadrados e seus lados tem razão igual a Φ e progridem da mesma forma que os números de Fibonacci, sendo a área de um, a soma da dos dois anteriores menores. A partir disso, traça-se um arco circular ligando os vértices dos quadrados para formar a espiral de Fibonacci como mostra a figura.



Fonte: http://mathworld.wolfram.com/GoldenRectangle.html

A espiral de Fibonacci é uma espiral logarítmica cujo raio r respeita a função geradora definida por $r = r_0 e^{\theta \cot \alpha}$. Ela inicia no ponto em que cada diagonal de cada retângulo de ouro gerado pelo processo de deflação se intercepta. r_0 é uma quantidade que define as dimensões gerais da espiral, θ é o ângulo de rotação que varia dentro do intervalo $[0,2\pi]$ e a constante α define o quão afastadas uma das outras estarão as voltas da espiral. Se $\alpha = 90°$, então $\cot \alpha = 0$ e $r = r_0$ define um círculo de raio r_0.

Essas características da Razão Áurea, mostram que ela desempenha um papel chave no desenvolvimento de certas figuras geométricas que progridem indefinidamente no espaço. Dentre outras coisas, suas propriedades matemáticas, levaram diversas pessoas a enxergarem a razão como um recurso de formação de seres vivos e sistemas da natureza. Um exemplo clássico

é a morfologia da concha do náutilo, um molusco marinho que cresce obedecendo a espiral logarítmica de Fibonacci. Além disso, normalmente a quantidade de pétalas em uma flor corresponde a um número de Fibonacci, assim como o número de espirais em pinhas e frutas como o abacaxi [Dunlap (2003)].

Como foi observado por Dunlap R. A. (2003), o Número de Ouro é base de séries tanto aritméticas quanto geométricas na natureza, o que atribui uma grande importância desse valor para o crescimento de organismos e estruturas biológicas. Muito provavelmente, essas simetrias e suas aparições nos mais diversos exemplos no ambiente e comportamento dos animais serviu de alicerce para as teorias a respeito do comportamento humano e do mercado de ações. Outro aspecto importante que vale à pena ressaltar é o fato de o retângulo de ouro ser considerado "bonito" ou "belo" aos olhos humanos. Isso provavelmente foi o que levou gregos e egípcios da antiguidade a investigar a proporção e buscar usá-la em suas obras, assim como os analistas buscam nos gráficos da bolsa.

4. Análise Técnica e Retrações de Fibonacci

Como se sabe, os ativos em uma bolsa de valores assumem preços que se modificam com o tempo. Tirando proveito de uma valorização ou não da cotação, investidores no mercado buscam prever o próximo movimento dos dígitos, para acumular mais capital. Não obstante, devido ao grande número de envolvidos e o alcance global que os mercados nacionais alcançaram nas últimas décadas, há uma grande complexidade atribuída a essa previsão e, com isso, várias interpretações e teses divergentes sobre o processo.

Dentre os estudos referentes ao mercado, a análise técnica é um dos que mais se destaca atualmente. Ela tem como base uma série de textos publicados em um informativo financeiro, que se tornaria mais tarde o The Wall Street Journal, por Charles Dow. A Teoria de Dow, como foi nomeada, direcionava sua análise aos índices em si e o que os dados passados poderiam dizer sobre a direção futura que os preços tomariam. Há duas ideias centrais para esse trabalho:

- O mercado é definido por três tipos de tendências. A chamada tendência primária é um movimento de longo prazo, durando cerca de 1 ou 2 anos. As tendências secundárias e primárias agem nesse período e constituem as variações dentro da maior tendência. A secundária dura de 3 semanas a alguns meses e a primária dura até 3 semanas.

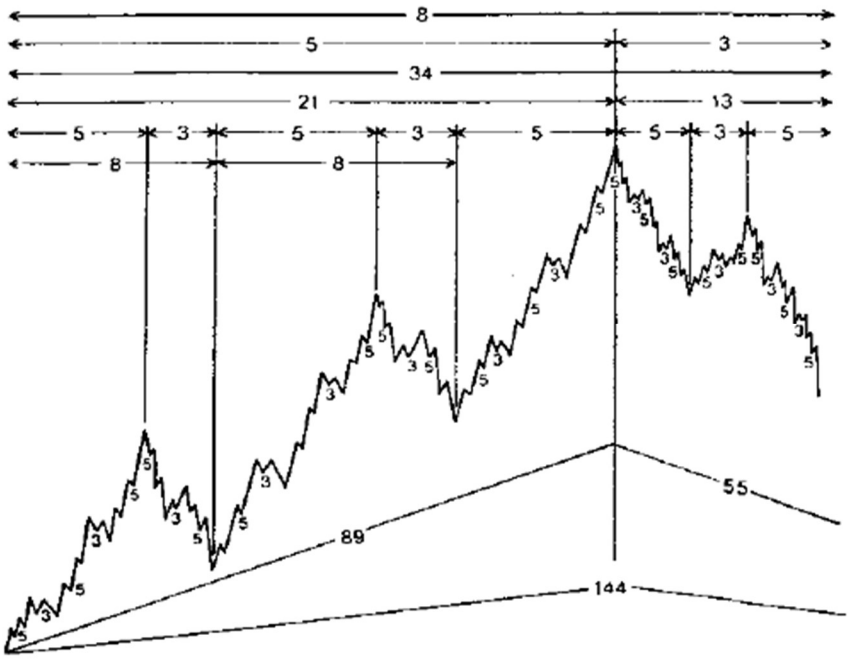
- "Os índices descontam tudo". Isso significa que quaisquer informações de conhecimento geral ou de apenas alguns investidores que venha a alterar a oferta ou demanda são

instantaneamente incorporadas aos índices. Eventos imprevisíveis, de origem natural ou com grande repercussão desestabilizam o mercado, mas logo depois de um tempo são absorvidos.

Como é possível observar, há alguns fatores chaves que diferenciam essa teoria de outras sobre o mercado. Para Dow, apenas observando o preço dos ativos e seu histórico, seria possível identificar a tendência vigente do mercado e prever quando ocorrerá a mudança para a próxima. Além disso, toda tendência é seguida de uma oposta, seja ela primária, secundária ou terciária. Portanto, para um investidor que pretendesse lucrar com o movimento do mercado seria importante entender as informações que os índices passam baseado em seu histórico, levando à previsão da próxima tendência. A análise técnica se apoiou nessas ideias e desenvolveu diversos métodos com esse objetivo.

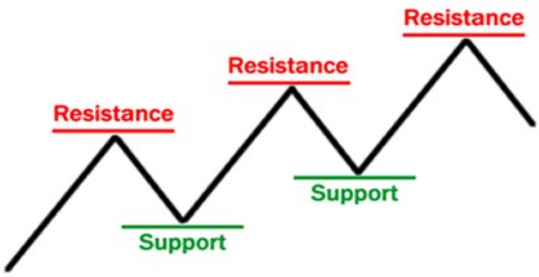
A Teoria das Ondas de Elliot se baseia nos princípios de Dow e, por isso, atrai a atenção de analistas técnicos. Ralph Nelson Elliot acreditava no princípio de que o comportamento e psicologia humana, quando aplicados à avaliação constante de ativos, revelam ciclos fractais previsíveis. Apesar de não usar a sequência de Fibonacci no seu estudo [10], outros, buscando determinar melhor períodos de mudança no mercado, acabaram concluindo que os números de Fibonacci e a Razão Áurea são inerentes ao Princípio das Ondas desenvolvido por Elliot [11]. Para Fischer (1993), não é apenas coincidência que diversos valores da sequência, previamente analisada aqui, apareçam em sua análise.

Um dos exemplos é explicitado na figura abaixo mostrando que, durante uma tendência mais forte, o gráfico oscila e desenvolve 5 pontos críticos quando a favor do movimento principal e, logo depois, 3 pontos no contrário. Isso evolui em um gráfico real de uma forma parecida como a ilustrada, originando um aspecto fractal e apresentando os números da sequência.



Fonte: FISCHER, R. Fibonacci Applications and Strategies for Traders

Dentre diversos métodos de previsão de tendências desenvolvidas a partir dos estudos de Elliot, neste trabalho optou-se por analisar as retrações de Fibonacci. As retrações na análise técnica são momentos em que o gráfico analisado inverte a sua tendência vigente. No caso de uma tendência de valorização (ou desvalorização), por meio do método pode-se determinar linhas as quais servirão como uma região de resistência (ou suporte), onde poderá ocorrer um ponto de inflexão.



Linhas de suporte em verde e resistência em vermelho.

Fonte: https://www.babypips.com/learn/forex/support-and-resistance

A sequência de Fibonacci tem um papel importante para definir quais são as linhas que servirão de referência para suporte e resistência [12]. Primeiro, deve-se definir dois extremos de uma tendência, essa podendo ser de subida ou descida da cotação. Logo depois calcula-se as porcentagens do intervalo gerado pelos extremos. No caso, essas porcentagens são razões de Fibonacci que se viu anteriormente e que estão relacionadas as propriedades geométricas do retângulo de ouro. As razões mais comuns e encontradas em diversas plataformas de análise de gráficos são:

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{0} = 1$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{-1} \approx 0.618033$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{-2} \approx 0.381966$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{-3} \approx 0.236067$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{-\infty} = 0$$

Além dessas, investidores que utilizam essa técnica também analisam as razões entre os valores 1 e 2 da série e, por razões de simetria do gráfico, a subtração de 1 por 0.236. Alguns analistas como Boroden C. (2008) usam a raiz quadrada de Φ também.

$$^{1}/_{2} = 0.50$$

$$1-\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{-3} \approx 0.763932$$

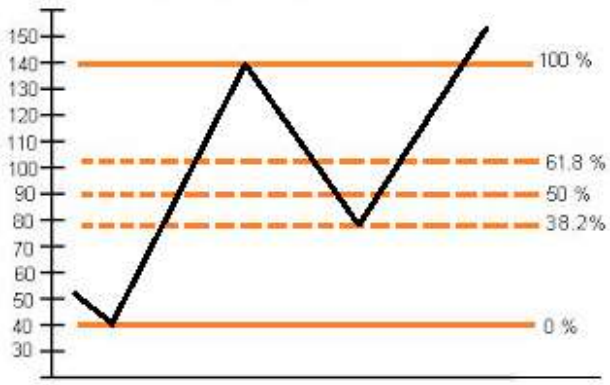
$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 0.786151$$

A maioria dos softwares de trading possuem a ferramenta de retrações inclusa, mas caso haja necessidade, o cálculo a ser efetuado para determinar uma linha de retração usa a primeira equação. Para encontrar qual a razão em que houve a retração, usa-se a segunda.

$$linha = (máximoLocal - mínimoLocal) \times Razão + mínimoLocal$$

$$\frac{máximoLocal - Retração}{máximoLocal - mínimoLocal} = Razão$$

A figura abaixo exemplifica uma retração de um movimento de queda na linha referente à razão 0.3819.



5. Método para Testes

Para que a análise desejada fosse possível, organizou-se uma metodologia e certas ferramentas foram selecionadas baseadas no que os analistas técnicos usam hoje em dia. Relembrando, as retrações de Fibonacci dizem respeito a uma tendência do mercado que acabou de reverter. As linhas traçadas a partir das proporções da sequência de Fibonacci preveem em qual altura do gráfico irá acontecer a próxima inflexão.

Portanto, foi-se estipulado que, para averiguar a possível presença das razões de Fibonacci nos gráficos da bolsa e sua utilidade na análise técnica, seriam analisadas uma tendência em cada histórico das cotações de diferentes gráficos da bolsa. Podendo ser de subida ou de descida. Além disso, a análise seria realizada levando em conta os pontos críticos dentro da tendência e os pontos de inflexão posteriores. Testes estatísticos de Shapiro-wilk e também uma descrição estatística dos dados foram utilizados para esse fim.

Os índices escolhidos parar realizar a análise incluem Dow Jones Global Index (DJWO), Dow Jones Industrial Average (DJI), Ibovespa (IBOV), Apple (AAPL). Como foi visto, a justificativa teórica para a ferramenta de retrações de Fibonacci nos diz que o mercado de ações se comportaria baseado na razão áurea, devido ao fato do comportamento instintivo humano tender à essa proporção. Então, foi escolhida, além dessas, dados dos preços das ações da Petrobrás (PETR4) no período de 17/03/2014 à 12/12/2014 para mostrar que, em tempos de alta volatilidade e desconfiança, o gráfico não respeita essa regra. Os dados foram retirados de

sites da internet como Info Money e Financial Times. Ademais, TradingView e StockCharts forneceram os dados gráficos.

Além disso, Analistas técnicos costumam estudar o movimento das ações do mercado por meio de gráficos candlestick. Este é um modo de exibição que indica o valor máximo, mínimo, abertura e fechamento do preço de um ativo em uma janela de tempo qualquer. Para este trabalho, informações referentes a um dia útil foram selecionadas. Quando o corpo do bastão é escuro ou vermelho, a sua base indica o preço de fechamento do mercado e o topo o preço de abertura. Quando o corpo é verde ou branco, acontece o inverso, indicando que o preço de fechamento foi maior que o de abertura. As extensões superior e inferior indicam o preço máximo e o mínimo respectivamente em qualquer caso.

Fonte: http://www.investopedia.com/terms/c/candlestick.asp

A análise foi realizada com o auxílio do programa R. Nele foram feitos, inclusive, os testes de hipótese Shapiro-Wilk da etapa anterior por meio de uma função já presente em sua biblioteca. O uso desse software de estatística ajudou no processo de verificação empírica da validade do método de retrações de Fibonacci. Nele, os algoritmos de algumas funções necessárias para concluir o objetivo do trabalho foram desenvolvidos e utilizados. Aqui está uma breve descrição delas.

Funções do R:

Distribuição – recebe um valor mínimo, valor máximo e um vetor com os dados. Calcula a probabilidade de os valores estarem dentro dos intervalos de Fibonacci. Usado para saber se os dados costumam se agrupar preferencialmente em alguma das regiões que surgem a partir das linhas de retração de Fibonacci.

Identifica.niveis – recebe um valor mínimo e máximo e mostra na tela os valores que determinam os níveis de Fibonacci.

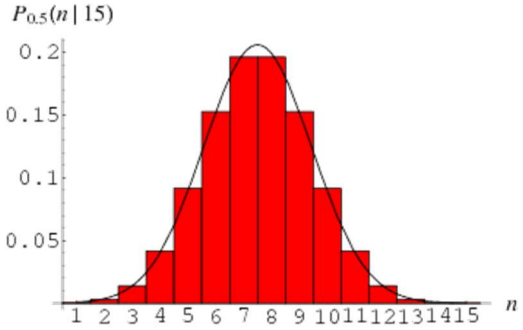
Analisa.intervalo.proximo – recebe o número início de um nível e o início do nível abaixo. Calcula os valores do intervalo considerado próximo da linha de resistência ou suporte e os retorna.

Analisa.pontos – recebe um valor mínimo, um valor máximo e um vetor com dados. Calcula quantos valores do vetor se encontram próximo da linha de Fibonacci em porcentagem. O critério usado foi de, no máximo, distância equivalente a 10% do intervalo em que o ponto se encontra à linha de retração.

6. Hipóteses

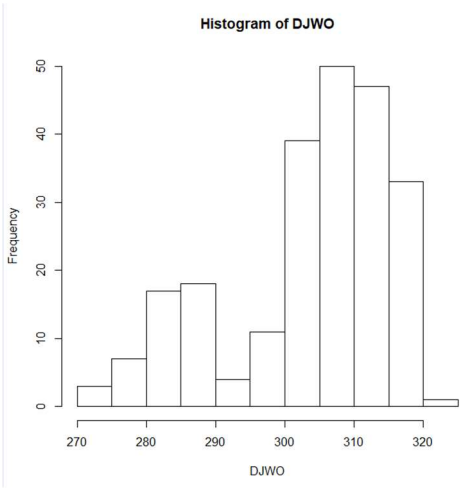
Em um primeiro momento, buscou-se analisar os dados pelo teste t (de Student) para verificar se haveria alguma relação com as linhas de Fibonacci e aglomerados de preços no gráfico. Porém, para realizar o teste, era necessário que a amostra fosse distribuída como uma Normal, ou Gaussiana. Para isso, verificou-se o histograma de cada bolsa e foram realizados testes de aferição de normalidade Shapiro-Wilk.

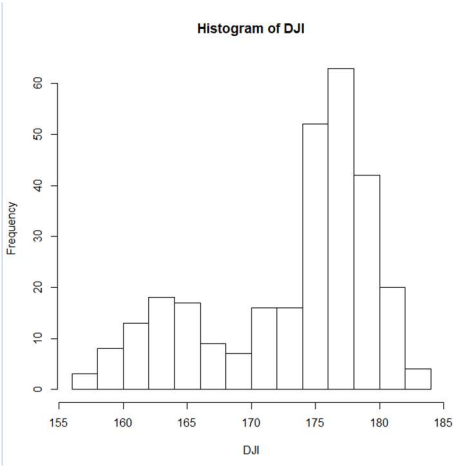
O teste estatístico Shapiro-Wilk, como dito, busca aceitar ou refutar a hipótese de que uma determinada amostra é significantemente semelhante a uma população de distribuição normal, ou gaussiana. A distribuição é uma função que descreve a probabilidade de uma variável aleatória assumir um determinado valor dentro da amostra. Uma distribuição caracteristicamente normal descreve uma função de Gauss, como mostra um exemplo na figura.

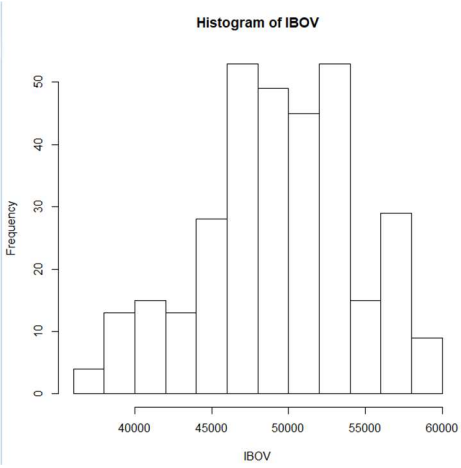


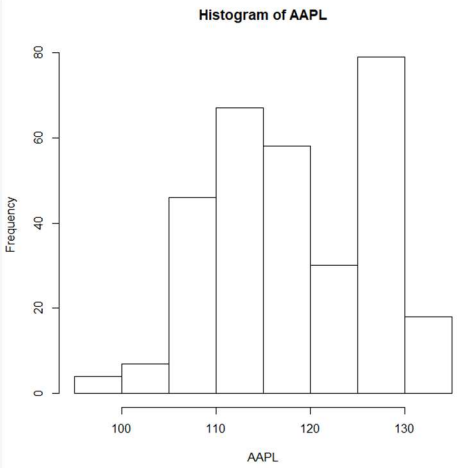
Fonte: http://mathworld.wolfram.com/NormalDistribution.html

Pelos histogramas dos dados retirados da bolsa, concluiu-se que havia uma grande probabilidade de não se distribuírem como uma Normal.









Para assegurar que não seria possível realizar os testes desejados, aplicou-se o teste de Shapiro-Wilk, conhecido por ser um dos mais eficazes para amostras com tamanho entre 3 e 5000, graças a uma adaptação por Royston (1995) para algoritmos de computadores [13]. O teste S-W, assim como outros testes estatísticos, assume uma suposição como sendo verdadeira e a denomina H0. A hipótese contrária à hipótese nula é denominada H1. Caso H1 seja provada verdadeira, a hipótese H0 é refutada, se isso não acontecer não se pode necessariamente provar H0, mas não refutamos a possibilidade. No teste em questão tem-se que:

H0: A amostra analisada possui uma distribuição normal.

H1: A amostra analisada não possui uma distribuição normal.

O teste calcula o valor W que pode estar entre zero e um. Quanto mais próximo de 1, mais próximo de ter uma função densidade normal está a amostra.

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{n}(a_i x_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

x_i representa os valores da amostra ordenados crescentemente, $\bar{x}$ é a média deles, n é o tamanho de uma distribuição normal e $a_i$são constantes geradas a partir de variâncias, médias e covariâncias da mesma distribuição normal de tamanho n.

Para os testes, o nível *alpha* escolhido foi de 0,05. O que significa que se o valor p for menor que isso, a hipótese nula será refutada. Os valores de W dependem do tamanho da amostra, portanto seria melhor analisar somente o valor p para otimizar o processo. Apesar disso, eles foram apresentados na tabela abaixo também.

Dados	W	Valor *p*
DJWO	0,89882	$2{,}479*10^{-11}$
DJI	0,88490	$6{,}265*10^{-14}$
IBOV	0,98294	0,0006506
AAPL	0,95880	$1{,}183*10^{-7}$

Como pode ser visto, os valores da tabela mostram que as amostras extraídas dos dados da bolsa possuem valores $p < 0{,}05$, o que indica que, em todos, a hipótese nula pode ser considerada falsa e, portanto, não possuem uma distribuição normal. Com isso, pode-se concluir que não seria possível realizar testes estatísticos confiáveis nos referidos conjuntos. Para continuar a análise do método, consequentemente, optou-se por realizar uma descrição estatística das bolsas. Nela, serão interpretadas informações referentes ao número de vezes que o método conseguiria garantir uma boa previsão para quem o estivesse utilizando naquele período.

7. Resultados Empíricos e Discussões

Em um primeiro instante, analisou-se o gráfico da Dow Jones Global Index (DJWO) entre o período de 03/11/2015 até 29/07/2016. A tendência de baixa que iniciou em novembro seguiu até 11/02/2016, onde inverteu o rumo e descreveu um movimento ascendente. Para a análise, foi preciso reduzir manualmente as ondulações dos preços à pontos de inflexão que seriam, então transcritos a um vetor no R e analisados por meio das funções desenvolvidas. Este processo ocorreu com todos os índices, mas, para esclarecimento, será exemplificado nesta etapa pelas figuras abaixo.

Sem pontos de inflexão definidos

Com pontos de inflexão definidos

Esses pontos críticos foram selecionados baseando-se nas tendências vigentes, as quais poderiam durar, no máximo, dois meses. Para a teoria de Dow, estas seriam consideradas tendências secundárias. Assim sendo, analisou-se a Dow Jones Industrial Average (DJI) entre 19/05/2015 e 08/07/2016, Índice Bovespa (IBOV) entre 05/05/2015 e 24/08/2016 e Apple (AAPL) entre 16/10/2014 e 07/01/2016 da mesma forma.

A DJWO foi escolhida para a análise porque inclui no cálculo do valor de seu índice diversas empresas multinacionais de regiões como EUA, Canada, Japão, Hong Kong e entre outros. De forma que, se os mercados de ações de todo o mundo respeitam a Proporção Áurea, este índice deveria expressar isso de certa forma. A DJI e IBOV foram escolhidas, pois são bons indicadores da economia dos EUA e Brasil respectivamente. Por fim, a AAPL foi escolhida entre outras empresas de tecnologia, pois está presente no mercado há bastante tempo e tem uma grande influência sobre ele.

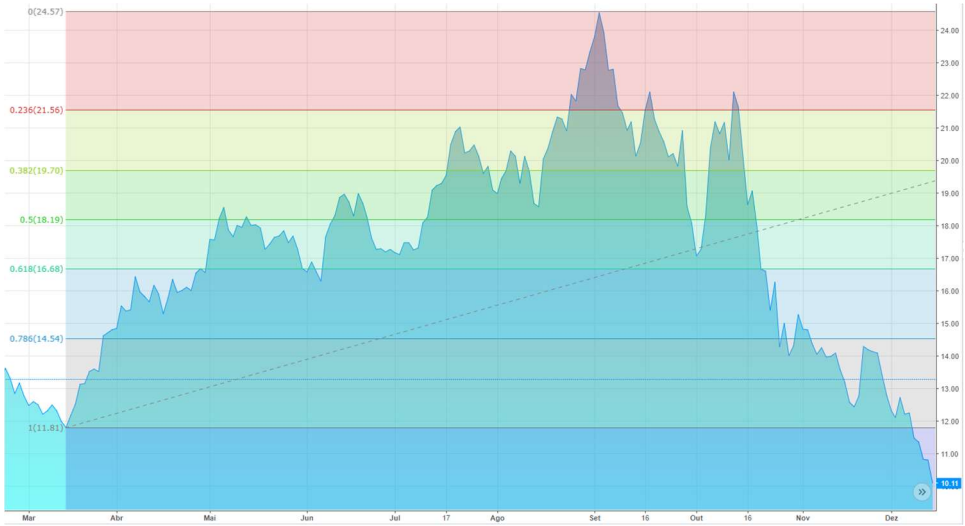
A tabela seguinte, mostra em quais razões da tendência principal ocorreram os pontos de inflexão em cada bolsa. Uma coluna mostra os pontos dentro da tendência e a outra, os posteriores.

Bolsa	Dentro	Posterior
DJWO	0.751	0.766
	0.957	0.636
	0.633	0.925
	0.847	0.638
	0.066	0.955
	0.371	0.658
		0.913
		0.451
DJI	0.7	0.417
	0.915	0.125
		0.854
		0.042
		0.298
		0.011
		0.918
		0.688
		0.891
		0.556
IBOV	0.333	0.669
	0.538	0.516
	0.314	0.826
	0.576	0.534
		1.061
AAPL	0.619	0.707
	0.286	0.991
	0.483	0.648
	0.264	0.975
		0.187
		0.549
		0.349
		0.716

Como é possível observar, há alguns valores da tabela que correspondem as razões que surgiram da sequência de Fibonacci, como demonstradas anteriormente. Apesar disso, a maioria das retrações não possuem relação aparente com os números de Fibonacci. Na literatura disponível, existe testes empíricos que resultaram em linhas de retração muito próximas das descritas pelo método de retrações de Fibonacci [14]. Por isso, não se deve refutar por completo

a ideia de que o mercado obedece a Razão Áurea, mas é necessária cautela a usa-la como base de grandes investimentos.

Todas as bolsas de valores estão submetidas, também, a rumores e escândalos. Um exemplo claro aconteceu com a Petrobrás no fim de 2014. As ações da PETR4 sucumbiram as notícias de corrupção e prisões que estavam sendo feitas no entorno da alta gerência da empresa. Os preços caíram tanto que não pode ser observada nenhuma retração considerável nas linhas traçadas pela ferramenta de retrações de Fibonacci. A figura abaixo foi retirada do site TradingView.com. As linhas coloridas correspondem, cada uma, a uma linha de retração gerada pelas razões de Fibonacci.



Como Nikhil Gupta (2011) sinalizou, a análise técnica em si confronta diretamente a teoria do mercado eficiente na sua forma fraca, em que um dos pontos defendidos por esta, nos diz que o preço de um ativo reflete por completo todos os valores passados. Sendo impossível, com isso, desenvolver um sistema capaz de prever o movimento da bolsa a partir das informações passadas sobre ele [15]. Ainda não há um veredito final sobre qual regra o mercado respeita, nem se ele respeita mais de uma, mas ainda não se pode provar (nem refutar) a ideia de que os preços das ações formem padrões repetitivos e definidos com o tempo ao invés de uma forma aleatória.

No mesmo artigo, o autor vai mais longe ainda e propõe uma situação em que um número suficientemente grande de investidores emitam ordens de venda (ou compra) em um determinado ponto no tempo em que acreditam que há uma linha de resistência (ou suporte). Isso acaba por desvalorizar (ou valorizar) o preço dos ativos naquele período. Dessa forma, outros investidores atentos ao mercado perceberiam a reação do gráfico nas mesmas regiões e começariam a replicar as mesmas atitudes de forma que a teoria original se auto comprovaria com o tempo.

Essa ideia não pode ser desconsiderada, pois não representa uma possibilidade totalmente remota. Há uma possibilidade que isso aconteça. Porém, um investidor focado em maximizar seus lucros pode justificar seu uso, indicando que o mercado se comporta desta maneira em algumas situações. O que significa que seu uso, junto com outros métodos e ferramentas, poderia oferecer uma vantagem na especulação da bolsa de valores. Por fim, apenas 8,5% dos 47 pontos críticos observados se encontram estatisticamente próximos a uma das linhas definidas pelo método de retrações de Fibonacci.

Conclusões

Como pode ser visto, não foi possível comprovar a eficácia do método de retrações de Fibonacci e a presença marcante da proporção áurea nos gráficos analisados. As situações em que isso aconteceu foram desprezadas e consideradas muito baixas para serem estatisticamente relevantes. É possível que, se um grande número de investidores usarem a técnica, o gráfico passe a mudar de tendência nos pontos previstos, porém seria mais prudente o uso de outras técnicas e modelos mais precisos e confiáveis no que diz respeito à previsão do movimento dos preços. Um exemplo claro de não confiabilidade na técnica seria em casos extremos de perda de confiança na instituição avaliada no mercado. Ademais, a sequência de Fibonacci possui muita história e se mostrou bastante intrigante ao revelar a Razão Áurea e suas propriedades geométricas. Sua presença na natureza ainda permanece um mistério.

Referências

1- SIGLER, Laurence. A Translation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation. Springer-Verlag New York, 2002.

2- BALL, Keith. Strange Curves, Counting Rabbits, & Other Mathematical Explorations. Capítulo 8, Princeton University Press, 2006.

3- PRECHTER, Robert R. Jr. The Major Works of R. N. Elliot. New Classics Library, INC. 1990.

4- BHATTACHARYA, Sukanto & KUMAR, Kuldeep. A Computational Exploration of the Efficacy of Fibonacci Sequences in Technical Analisys and Trading. Annals of Economics and Finance, disponível em: < http://epublications.bond.edu.au/business_pubs/32 >.

5- DUBEAU, François. The Rabbit Problem Revisited. Département de mathématiques et d'informatique, Faculté des sciences, Université de Sherbrooke (1991).

6- MUSKAT, J. B. Generalized Fibonacci and Lucas Sequences and Rootfinding Methods. Mathematics of Computation, 61 (1993), 365-372.

7- LIMA, Elon Lages. Análise Real Volume 1. Coleção Matemática Universitária IMPA, 2016.

8- MARKOWSKY, G. Misconceptions about the Golden Ratio. Mathematical Association of America, disponível em: < http://www.jstor.org/stable/2686193 >

9- DUNLAP, R. A. The Golden Ratio and Fibonacci Numbers. World Scientific, 2003.

10- PRECHTER, R. R. Jr. Elliot Waves, Fibonacci and Statistics. 2006, disponível em: < http://www.poslovni.hr/media/PostAttachments/649507/EW_Fibo_Statistics.pdf >

11- FISCHER, R. Fibonacci Applications and Strategies for Traders. John Wiley & Sons, Inc., 1993.

12- BORODEN, Carolyn. Fibonacci Trading: How to Master the Time and Price Advantage. McGraw Hill Finance & Investing, 2008.

13- RAZALI, N. M. Power Comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogrov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. Journal of Statistical Modeling and Analytics, Vol. 2 No. 1, 21-33, 2011.

14- KEMPEN, R. Fibonaccis Are Human (Made). IFTA Journal, 2016 Edition, 4.

15- GUPTA, N. Fibonacci Retracements and Self-Fulfilling Prophecy. 2011, Honor Projects, papel 41. Disponível em: < http://digitalcommons.macalester.edu/economics_honors_projects/41 >.