

PASSEIOS ALEATÓRIOS E CIRCUITOS ELÉTRICOS

Aluno: Ricardo Fernando Paes Tiecher
Orientador: Lorenzo Justiniano Díaz Casado

Introdução

A teoria da probabilidade, assim como grande parte da matemática, está intimamente relacionada à física como solução de problemas e intuição para resolução de diversos questionamentos. Neste projeto, continuamos a análise da ação combinada entre física e matemática em termos de um exemplo no qual o conhecimento envolvido e aplicado é de nível acadêmico. O exemplo permanece sendo a relação entre circuitos elétricos elementares e passeios aleatórios.

Objetivos

O objetivo principal do trabalho é estudar a correlação entre passeios aleatórios e circuitos elétricos. Para isso, é de importância central considerar o teorema de Pólya, o qual afirma que um passeio aleatório em uma rede infinita num espaço de dimensão d está indubitavelmente fadado a retornar ao ponto inicial quando $d = 2$, todavia possui probabilidade positiva de escapar para o infinito sem retornar ao ponto inicial quando $d = 3$.

O intuito do projeto é interpretar este teorema como uma afirmação sobre circuitos elétricos, e então demonstrá-lo usando de técnicas da teoria clássica da eletricidade e de conhecimento anterior. Mais ainda, buscamos avançar nas conclusões que já havíamos obtido anteriormente.

Metodologia

Inicialmente nos restringimos ao estudo de passeios aleatórios em redes finitas. Aqui estabelecemos a conexão entre os conceitos de corrente elétrica e voltagem e passeios aleatórios descritivos correspondentes observados como cadeias de Markov [1].

Em seguida, consideramos passeios aleatórios em redes infinitas. O teorema de Pólya é demonstrado utilizando o método de Rayleigh. Discutimos então passeios em grafos infinitos mais gerais, e a partir do método de Rayleigh derivamos certas expressões do teorema de Pólya [2].

Para a análise desses conceitos, é indispensável o conhecimento de conceitos básicos da teoria da probabilidade, assim como da teoria dos circuitos elétricos e de álgebra linear e processos estocásticos.

Por fim, estudamos algumas aplicações mais específicas dos passeios aleatórios, como a recorrência e a teoria da percolação.

Conclusões

O estudo teórico permite um maior entendimento da estreita relação entre certos questionamentos matemáticos e termos da física, possibilitando estabelecer métodos e formas de raciocínio que direcionem as respostas dessas questões. Nesse sentido, é inquestionável o avanço no sentido da compreensão e familiaridade com conceitos envolvendo a respectiva interdisciplinaridade.

Em relação ao teorema de Pólya e o problema em questão, acumula-se uma bagagem de truques, conhecidos coletivamente como “método de Rayleigh”, cuja expectativa é a de que

possibilite a determinação de praticamente qualquer passeio aleatório que possa ser apresentado.

Referências

- 1 - ROSS, Sheldon. **A first course in probability**. 7.ed. Prentice Hall, 2005. 576p.
- 2 - DOYLE, Peter G. **Random walks and electric networks**. The Carus Mathematical Monographs, no.22. 2.ed. Mathematical Association of America, 1984. 159p.