IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS NÃO LINEAR

Aluna: Roberta de Queiroz Lima
Orientador: Rubens Sampaio

Introdução

Foi desenvolvido um programa computacional em *Matlab* que faz identificação de parâmetros pelo método dos mínimos quadrados não linear de *Levenberg-Marquardt*. São identificados os parâmetros da curva de variação no tempo da taxa de absorção de oxigênio ($\dot{V}O_2(t)$) de uma pessoa durante a realização de exercício físico. O exercício é feito com carga constante e sua intensidade é classificada como pesada ou severa.

Mínimo Quadrado Aplicado ao Ajuste de Funções Não Lineares

O problema de ajuste de funções polinomiais de grau *n* através do método dos mínimos quadrados é escrito na forma de um sistema linear $Ax = b$. Supondo que $\ker A = \{Ax - b\}$, a solução x^* é expressa por: $x^* = (A^T A)^{-1} A^T y$

No caso de ajuste para funções não lineares, o problema não pode ser escrito na forma $Ax = b$ e, conseqüentemente, a solução x^* não pode ser aplicada. Nesses casos o ajuste é feito através de processos iterativos. A partir de um vetor inicial x_0, produz-se uma série de vetores $x_1, x_2, \cdots$ que devem convergir para x^*. Busca-se um vetor x^* que minimize a expressão:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{2} f_i(x)^2 = \frac{1}{2} \| f(x) \|^2 = \frac{1}{2} f(x)^T f(x)$$

O método dos mínimos quadrados não linear aplicado na identificação dos parâmetros da curva de $\dot{V}O_2(t)$ foi *Levenberg-Marquardt.* Ele propõe que o vetor x na *k-ésima* iteração seja calculado por: . $x_{k+1} = x_k + h$

Sendo *J* a matriz jacobiana da função *f (x)*, µ é um fator de amortecimento, e I a matriz identidade, o vetor h em cada iteração é dado por:

$$(J^T J + \mu I) h = -J^T f$$

Parâmetros do Metabolismo Aeróbio

Na literatura, a variação da taxa de absorção para exercícios de intensidade pesada-severa é modelada por três funções exponenciais seqüenciais. Cada uma dessas funções é identificada como uma fase fisiológica distinta: fases I, II e III. Elas representam a resposta do organismo ao aumento do metabolismo energético. E refletem o ajuste sistêmico que ocorre entre os sistemas respiratório, cardíaco, vascular e muscular, responsáveis pela captação, transporte e utilização de O_2.

<u>Fase I:</u>	$\dot{V}O_2(t) = \dot{V}O_{2BL} + A_c(1 - e^{-t/\tau_c})$	$se: t < TDp$
<u>Fase II:</u>	$\dot{V}O_2(t) = A'_c + A_p(1 - e^{-(t-TDp)/\tau_p})$	$se: TDp < t < TDs$
<u>Fase III:</u>	$\dot{V}O_2(t) = A'_p + A_s(1 - e^{-(t-TDs)/\tau_s})$	$se: t > TDs$

Nessas equações de $\dot{V}O_2(t)$, *TDp* e *TDs* são os instantes de tempo em que há a mudança da fase I para fase II, e da fase II para fase III, e as constantes A'_c e A'_p valem:

$$A'_c = \dot{V}O_2(b) + A_c(1 - e^{-TDp/\tau_c})$$

$$A'_p = A'_c + A_p(1 - e^{-(TDs - TDp)/\tau_p})$$

A taxa de $\dot{V}O_2(t)$ de um paciente é medida por meio da ventilação pulmonar durante um exercício controlado de carga incremental ou carga constante. Dessa forma, durante o exercício são medidos os valores de $\dot{V}O_{2i}$ de e seus correspondentes instantes de tempo t_i. Ao fim do exercício têm-se uma seqüência de *m* pontos medidos experimentalmente.

$$(t_1, \dot{V}O_{21}),\ (t_2, \dot{V}O_{22}),\ \ \ldots\ \ (t_m, \dot{V}O_{2m})$$

O ajuste matemático das três fases exige a identificação de nove parâmetros:

$$x^T = \left[\dot{V}O_{2BL}\ \ A_c\ \ \tau_c\ \ Ap\ \ \tau_p\ \ A_s\ \ \tau_s\ \ TDp\ \ TDs\right]$$

e engloba dois processos de otimização, que devem ser feitos de forma simultânea. O primeiro processo é a determinação de *TDp* e *TDs*, de forma que as três fases possam ser ajustadas da melhor maneira possível, ou seja, menor valor de F(x). O segundo processo é o ajuste propriamente dito das fases I, II e III (cálculo dos valores das primeiras sete posições de x).

A solução desenvolvida no programa *Matlab* para esse duplo processo de otimização foi fazer o ajuste da curva de $\dot{V}O_2(t)$ nas três fases para todas as possíveis combinações válidas de *TDp* e *TDs*, e posteriormente determinar qual a dupla de valores de *TDp* e *TDs* que resultou no menor valor de erro associado ao ajuste.

O gráfico da figura (1) mostra uma curva ajustada pelo programa *Matlab* para um paciente saudável.

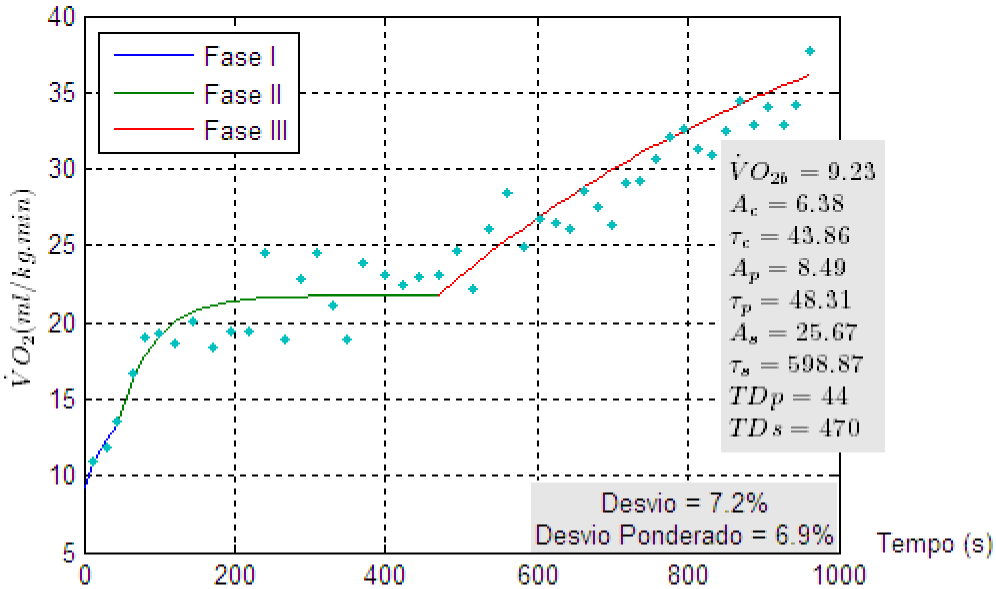

Figura 1 – Parâmetros da curva de $\dot{V}O_2(t)$ calculados pelo programa *Matlab*

Conclusões

Sabendo que um baixo nível de aptidão aeróbia pode estar associado a várias doenças degenerativas, através dos valores obtidos para os nove que caracterizam a curva de $\dot{V}O_2(t)$, pode-se avaliar a capacidade de ajuste do metabolismo do paciente à necessidade de síntese de ATP gerada pela atividade física, diagnóstico de doenças.

Referência

1 - MADSEN K., NIELSEN H., TINGLEFF O. **Methods for Non-Linear Least Squares Problems**. 2.ed. Dinamarca: Technical University of Denmark , 2004. 58p.