

PRINCÍPIOS DE GEOMETRIA PROJETIVA COM APLICAÇÕES EM VISÃO COMPUTACIONAL

Aluno: André Phillip Franco

Orientador: Marcos Craizer

Introdução

A Geometria Projetiva surgiu com a dificuldade que os artistas do Renascimento encontravam em dar aos quadros que pintavam uma forma real dos objetos, de modo que qualquer pessoa identificasse sem dificuldades o que estava longe e o que estava perto. Motivados pelo desafio, eles estudaram as leis que determinam a construção dessas projeções criando a teoria fundamental da perspectiva geométrica, que depois foi expandida por um grupo de matemáticos franceses liderados por Gérard Desargues.

Já a Geometria Computacional é o ramo da ciência da computação que estuda as técnicas e algoritmos para resolução computacional de problemas geométricos. Emergiu em meados de 1970, quando houve um grande progresso da computação gráfica e robótica, para as quais é essencial resolver problemas geométricos de forma eficiente, isto é, utilizando o menor número possível de operações simples sobre os elementos geométricos.

Em conjunto, as duas disciplinas contribuem para melhoria de inúmeras aplicações em diferentes áreas como Processamento de Imagens, Visão Computacional, Sistemas de Informações Geográfica (SIGs), entre outras.

Objetivos

Estudar os fundamentos básicos da geometria projetiva, sua representação e manipulação no computador através do desenvolvimento de um algoritmo computacional em C que permita uma maior compreensão visual do tratamento dos elementos geométricos sobre a ótica projetiva.

Metodologia

Ao trabalhar com geometria computacional enfrentamos algumas desvantagens quando usamos coordenadas cartesianas. Se por um lado elas são bastantes conhecidas, por outro a manipulação de problemas que exigem o conceito de pontos no infinito tornam-se difíceis, o que nos obriga a tratar separadamente muitos casos particulares. Por esse motivo, é mais conveniente trabalhar com coordenadas homogêneas, uma representação mais sofisticada.

Basicamente, temos que se (X,Y) são coordenadas cartesianas de um ponto, suas coordenadas homogêneas são uma tripla de números reais $[w,x,y]$ tais que $X = x/w$ e $Y = y/w$. Onde w é chamado de *peso*. Quando temos uma tripla cujo peso é zero, temos um ponto no infinito.

Ao usarmos coordenadas homogêneas, estamos tratando de um conjunto de pontos do espaço T denominado *Plano Projetivo Orientado*. Ele é representado por todas as triplas de números reais $[w,x,y]$, exceto a tripla $[0,0,0]$ (imprópria).

Geometricamente, podemos visualizar o espaço T através do seu modelo esférico, que consiste em uma esfera unitária centrada na origem, onde seu hemisfério $w > 0$ é o Aquém, o hemisfério $w < 0$ é o Além, para o círculo em $w = 0$ temos o Infinito e uma reta corresponde a um círculo unitário que passa pela origem.

O Programa

Implementado em C, utilizando as bibliotecas do OpenGL para gráficos e GLUT para interface, o *Programa de Visualização Geométrica no Plano Projetivo Orientado* constitui-se em uma plataforma que possibilita a visualização de cônicas, cálculo de interseções, colinearidade e outros, visando o entendimento dos fundamentos da geometria projetiva.

Uma tela inicial onde aparecem os comandos básicos (zoom, luzes, etc.) e uma esfera unitária, representando o modelo esférico T.

Em um menu de opções, encontram-se 10 programas diferentes onde uma vez selecionada a opção, uma janela auxiliar é aberta onde o usuário digita os dados de entrada. Da mesma forma, em uma outra tela auxiliar do programa são exibidas as saídas numérica e escrita, enquanto o desenho referente é esboçado na tela.

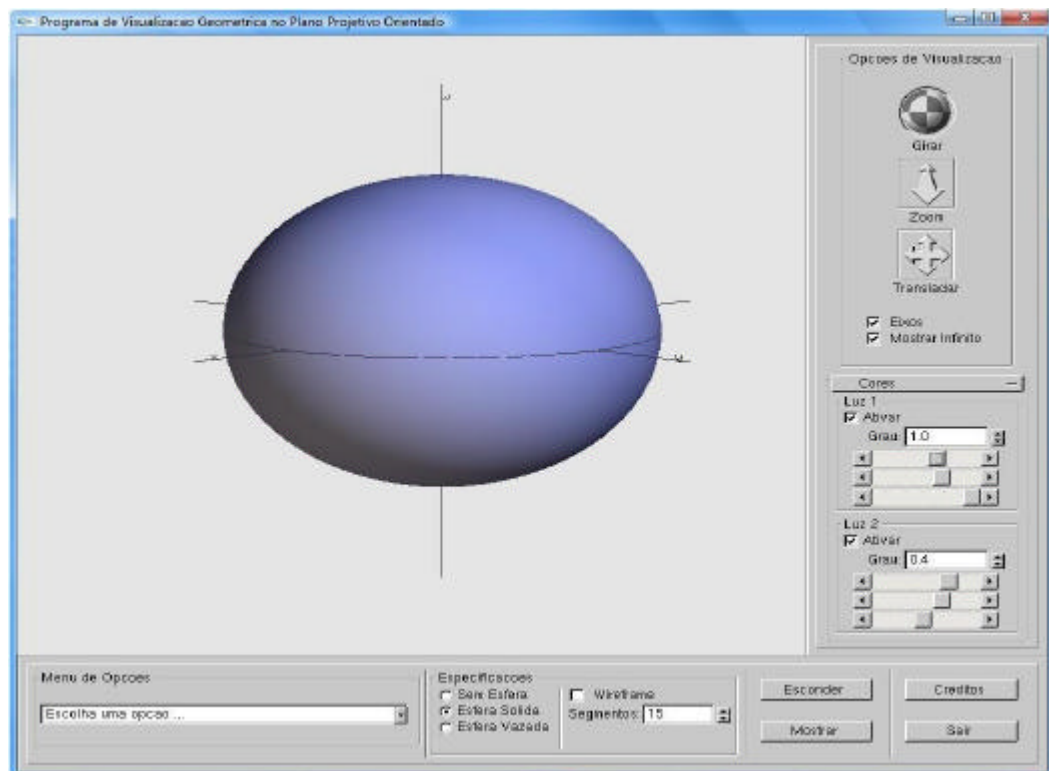


Figura 1 – O Programa de Visualização no Plano Projetivo Orientado

Conclusões

Motivados pela dificuldade de visualizar os conceitos fundamentais da Geometria Projetiva, constatamos a necessidade de criar um programa computacional com uma interface objetiva e fácil de usar, que fosse capaz de ajudar na compreensão desta geometria.

Relacionamos com a Geometria Euclidiana clássica, o que nos permitiu entender e interpretar as noções de infinito, dualidade e interseções entre retas. Além disso, observamos as vantagens dos conceitos geométricos sobre a ótica projetiva na elaboração do algoritmo do programa, dada a sua capacidade de tornar os cálculos mais robustos.

Referências

[1] - STOLFI, J. & RESENDE P. **Fundamentos de Geometria Computacional**. IX Escola de Computação, Recife, Julho 1994.

[2] - PENNA, M. A. & PATTERSON R. R. **Projective Geometry and Its Applications to Computer Graphics**. Prentice-Hall, 1986.