

SISTEMAS CAÓTICOS

Aluna: Simone Bochner de Araujo
Orientadora: Celia Beatriz Anteneodo

Introdução:

O objetivo deste projeto de iniciação científica foi estudar o comportamento de sistemas que apresentam uma difícil previsão. Os sistemas caóticos apresentam diferentes evoluções para diferentes condições iniciais, podendo apresentar desvios consideráveis. Por ser um sistema altamente dependente de suas condições iniciais, é desejável determinar o grau de caoticidade do sistema para saber quanto previsível, ou não, é o sistema. Durante o estudo sobre fenômenos caóticos foram estudados diversos conceitos referentes ao caos, como o expoente de Lyapunov e a sincronização de caos, que serão citados a seguir.

Desenvolvimento:

Primeiramente, foi introduzido um estudo básico sobre o conceito de caos e alguns exemplos. Foram estudados exemplos teóricos e práticos com a finalidade de se observar o comportamento de sistemas caóticos. Um dos exemplos teóricos usados foi a dinâmica do padeiro e, foram praticados alguns exemplos matemáticos para que através de tabelas e gráficos pudesse ser observado tais comportamentos.

Posteriormente, foi estudado o mapa logístico $x_{n+1} = \mu x_n (1-x_n)$. Variando o valor de μ e as condições iniciais foram observadas os diferentes comportamentos da função até alcançar o caos. Mais uma vez, as condições iniciais alteravam o comportamento final do sistema, para medir a taxa de distanciamento de dois pontos iniciais próximos foi introduzido o conceito de “Expoente de Lyapunov”, que determina o grau de caos que uma função possui. Vale lembrar que os pontos se distanciam exponencialmente rápido e, o expoente de Lyapunov é exatamente o expoente da função exponencial que determina o distanciamento entre pontos.

Além disso, foi estudada a sincronização entre mapas logísticos (no caso, entre dois). Nesta situação o sistema pode apresentar uma interdependência total, parcial ou nula dos mapas. Dependendo da forma como o sistema interage, temos diferentes comportamentos para o conjunto. As componentes podem se aproximar e se afastar conforme é alterado o coeficiente de dependência entre os mapas. Em um caso limite, elas apresentam os mesmos valores ao longo do tempo a partir da primeira interação.

Conclusão:

A partir do estudo detalhado foi possível compreender o comportamento dos sistemas caóticos, assim como a origem da imprevisibilidade, pela forte dependência das condições iniciais, assim como também, de qualquer perturbação. Apesar das irregularidades na dependência temporal de grandezas que caracterizam os sistemas caóticos, observamos na segunda parte do trabalho, a possibilidade de sincronização, total ou parcial, quando vários sistemas caóticos são acoplados. Esta propriedade é importante, com implicações práticas, como base para o controle do caos.

Bibliografia:

Hilborn, R. C., *Chaos and Nonlinear Dynamics: An Introduction for Scientists and Engineers* (Oxford University Press, 1994).

Ott, E., *Chaos in Dynamical Systems* (Cambridge Univ. Press, 1993).