

HERANÇAS CONCEITUAIS NO PENSAMENTO DE GOTTLLOB FREGE

Aluno: Pedro Henrique Passos Carné
Orientador: Oswaldo Chateaubriand Filho

Se Frege morresse em 1880, seu lugar na história da filosofia, como o criador da lógica-matemática moderna, estaria assegurado. Ainda assim, sua importância vai além deste fato (DUMMETT 1973, p. 665). No relatório que ora se inicia, concorda-se plenamente com esta afirmativa de Michael Dummett, presente em seu livro *Frege, Philosophy of Language*, obra fundamental para a redescoberta dos resultados alcançados e dos problemas lançados por este pensador alemão, o qual, tal como afirma Bertrand Russell em carta remetida a Jean Van Heijenoort, teve “a maioria de seus trabalhos ignorada em proveito de homens infinitamente menos competentes” (RUSSELL 1967, p. 127). Pouco lido, mas profundamente influente, almeja-se nas linhas que se seguem apresentar uma *figura* de Gottlob Frege, um *esquema* para as principais obras, bem como uma *breve explanação* de seus principais conceitos, de modo a caracterizá-lo, simultaneamente, como um herdeiro de uma longa tradição filosófica e como o fundador de uma nova.

Traços biográficos, muitas vezes, se apresentam esclarecedores para o bom entendimento de uma obra filosófica. Contudo, “embora Frege seja um pensador contemporâneo, de sua vida e de sua personalidade pouco se sabe” (ALCOFORADO 1978, p. 11). Ainda que uma biografia mais ou menos completa de sua vida esteja disponível aos olhares curiosos de um público ávido por estes esclarecimentos muitas vezes propiciado [1], o trabalho filosófico de Frege se impõe de tal maneira que, para se valer de uma violenta terminologia, torna sua biografia algo *dispensável*. Para situá-lo geograficamente, de modo sumário, ele nasce na cidade de Wismar no ano de 1848, e morre em 1925 na cidade de Badkleinen, para a qual se retira em 1918, desenvolvendo toda a sua atividade intelectual na Universidade de Jena (sem, contudo, jamais ter sido condecorado por esta universidade com a titularidade plena). Ao longo desta trajetória, seu pensamento influenciou pensadores da magnitude de Bertrand Russell, Rudolf Carnap, Ludwig Wittgenstein, Edmund Husserl e Giuseppe Peano, seja por intermédio de suas obras, seja através de intensa correspondência, da mesma maneira que foi influenciado por pensadores da grandeza de Kant, Leibniz, Spinoza, Berkeley, e, por que não, Platão e Aristóteles, seja através de leitura direta de suas obras, seja por intermédio de coletâneas.

Dentro deste panorama, faz-se necessário bem estabelecer os limites de trabalho. A *figura* de Frege que aqui será exposta concentra-se no período de desenvolvimento do programa de pesquisa *logicista*, projeto que almejava reduzir a verdade das sentenças proferidas pela Aritmética àquelas verdades das leis lógicas. Ainda que semelhante projeto tenha fracassado frente aos paradoxos derivados por Russell a partir do quinto axioma pressuposto (ao qual o próprio Frege havia imposto restrições) [2], as distinções conceituais por ele apresentada ao

longo de seu desenvolvimento possibilitam uma *extrapolação* para toda a discussão filosófica, e não apenas àquela restrita aos círculos lógico-matemáticos. De tal maneira que pares conceituais como *sentido e referência*, e *conceito e objeto*, intrinsecamente conjugados a uma *notação bidimensional*, demandam para si uma atenção e um esclarecimento especial, ao mesmo tempo em que a influência de matriz realista exercida por parte de Aristóteles e aquela de cores idealistas por Immanuel Kant.

Esta pesquisa foi intitulada ressaltando as heranças conceituais *no* pensamento de Frege, mas bem se poderia ter modificado a preposição utilizada. Bem se poderia intitulá-la de tal modo que visível se apresentassem as heranças conceituais *do* pensamento de Frege, ou seja, o seu legado para a Filosofia. A escolha aqui efetuada não se apresenta arbitrária, muito menos casual. Ela expressa a primazia concedida a uma determinada discussão frente à outra. Obviamente, esta primazia não deve ser compreendida em termos de *relevância filosófica*, mas como um pressuposto para as discussões futuras. Devido à sua vasta influência, muitas foram as apropriações recebidas pela obra fregeana, a começar pela aproximação com uma *filosofia da linguagem* empreendida por Michael Dummett na supracitada obra. Neste texto que ora se tem em mãos, contudo, acredita-se que a decisão acerca da compreensão de mundo de Frege, se realista ou se idealista, antecederia toda a discussão que partilhe de tal natureza. De maneira a concordar com a forte afirmação de Oswaldo Chateaubriand que considera, em sua visão, ser “metafísico, e não lingüístico, o caráter fundamental da lógica” (CHATEAUBRIAND 2001, p. 16).

II – A *Begriffsschrift* e sua herança aristotélica

A fim de apresentar a primeira tradução completa da *Begriffsschrift* [3] para a língua inglesa, Jean van Heijenoort considera que “apesar de ser um pequeno livro de oitenta e oito páginas, este é, talvez, o mais importante trabalho jamais escrito em lógica” (VAN HEIJENOORT 1967, p. 1). Consideração que é corroborada por William e Martha Kneale em sua clássica obra acerca da história da lógica, na qual eles enunciam que “a obra de Frege contém tudo o que é essencial em lógica moderna, e não é injusto, nem para os seus precursores, nem para os seus sucessores, dizer que 1879 foi o ano mais importante da história da lógica” (KNEALE & KNEALE 1980, p. 515). De fato, estas são as matrizes dos comentários enunciados acerca deste trabalho publicado por Frege – excetuando-se, talvez, os pareceres daqueles admiradores do sistema lógico de Boole –, e o objetivo deste capítulo se voltará para a breve apresentação das teses que neste texto se encontram presentes, com o intuito de argumentar posteriormente em favor de uma herança conceitual aristotélica presente em tal obra.

A abordagem que Frege dirigirá à Lógica, neste que é seu primeiro trabalho em tal domínio, será pautada por uma concepção instrumental e científica da mesma, considerando-a como o conjunto de leis no qual todo o conhecimento se acomoda. Geradora das regras da verdade, sua principal tarefa consistirá em garantir a analiticidade das sentenças proferidas pela Aritmética, amparando-as frente a um trabalho de redução conceitual. Deste modo, para exemplificar semelhante objetivo, afirma ele no prefácio que seu passo inicial foi “atentar à

redução do conceito de *ordenado numa seqüência* para o conceito de *conseqüência lógica*, e, a partir deste, progredir em direção ao conceito de *número*” (FREGE 1997a, p. IV) [4]. Auxiliado por uma linguagem metafórica, seu objetivo se traduzirá na necessidade de se desenvolver uma linguagem simbólica para precisar, tal como um microscópio, as sutis distinções conceituais demandadas pelos diversos empreendimentos científicos, afinal, a linguagem natural, por conta de sua vasta aplicabilidade, apresentar-se-ia insuficiente para semelhantes fins.

As contribuições legadas por esta pequena obra, contudo, ultrapassam em muito o objetivo pretendido por Frege, o qual será referido futuramente como o projeto *logicista* de redução da aritmética à lógica [5]. Para Jean van Heijenoort, estas contribuições seriam vastas e plurais, como, por exemplo, “o cálculo proposicional de funções de verdade, a análise da proposição em termos de função e argumento (ao invés de sujeito e predicado), um sistema lógico no qual as derivações são sustentadas exclusivamente pela forma das expressões, a teoria da quantificação, e, por fim, uma definição lógica da noção de seqüência matemática” (VAN HEIJENOORT 1967, p. 1). De fato, neste conjunto podem ser encontrados os pilares sobre os quais se erigirá toda a lógica moderna: a análise da proposição em termos de função e argumento, e a teoria da quantificação. Procurar-se-á, doravante, expor o esquema desta obra tão importante para a história da Lógica, respeitando as suas formulações conceituais. Sua notação bidimensional, ironicamente, será suprimida por conta de um princípio de economia espacial. Diz-se *ironicamente* porque, quando se detém nas diversas críticas de Schröder ao seu sistema, uma das quais se fundamentará exatamente neste *princípio de economia espacial*, Frege argumentará em favor da inteligibilidade de sua notação, a qual auxilia fortemente na distinção entre o que é da ordem do *conteúdo* de uma sentença e aquilo que se refere à *forma lógica* da mesma, ao passo que a linguagem sugerida por este e por outros booleanos será considerada como ininteligível por misturar ambas as coisas.

Em que consiste, desta forma, a *Begriffsschrift*? Dividida em três partes, ela almeja se constituir como uma *linguagem formal para o pensamento puro modelada de maneira análoga à aritmética*, de modo tal que possibilite a expressão de “um conteúdo mediante sinais escritos de maneira mais precisa e mais clara do que seria possível através de palavras” (FREGE 1978e, p. 142). Desenvolvida em uma linguagem bidimensional, semelhante ao procedimento matemático, a linguagem simbólica ali descrita apresenta, de acordo com sua concepção, esquemas vazios para serem preenchidos por fórmulas inteiras ou por equações extensas. A elucidação deste fato almeja responder ao entendimento corrente de sua teoria, que dela afirmava ser uma simples representação da lógica abstrata, diferentemente do denso sistema lógico de Boole. Desta maneira, “a ideografia se vale da dupla dimensão da superfície em que se escreve, ao permitir que os conteúdos afirmados se sucedam de cima para baixo, enquanto que cada um destes se estende da esquerda para a direita. Assim, cada um dos conteúdos são claramente separados uns dos outros, e também suas relações lógicas são facilmente apreendidas” (*idem*, p. 149). Isto significará que “a desvantagem da perda de espaço da ideografia transforma-se vantajosamente em

inteligibilidade e a vantagem da concisão de Boole transforma-se desvantajosamente em ininteligibilidade” (*idem*).

Na primeira parte desta obra (§1-12), então, será definido todo o simbolismo utilizado ao longo de sua argumentação, o qual será decisivo em seu pensamento de maturidade. No que consistirá um *juízo* (§2-4), quais as letras e os signos que serão utilizados (§1), as regras para a utilização do *condicional* (§5-6), da *negação* (§7), da *identidade* (§8), e do *quantificador* (§11-12), bem como a definição de uma *função* (§9-10). Esta última, a grande inovação de sua obra, por substituir a análise predicativa oriunda de Aristóteles, será definida da seguinte maneira: “se, em uma expressão (cujo conteúdo não se constitui como um juízo), um signo simples ou composto possui uma ou mais ocorrências, e se nós observamos que este signo é substituível em todas ou algumas de suas ocorrências por algum outro (em todos os lugares pela mesma coisa), então, nós podemos chamar a parte que permaneceu invariante na expressão de *função*, e a parte substituível de *argumento* da função” (FREGE 1997a, p. 15 (§9)). Auxiliado pela introdução da *quantificação* (*generalidade*) nos parágrafos subseqüentes, Frege traduzirá para a sua linguagem simbólica o famoso quadro das oposições de Aristóteles, a fim de concluir a apresentação de seu simbolismo. Esta simples tradução, contudo, ainda não será a herança que aqui se reivindica.

Intitulada *Representações e derivações de alguns juízos do pensamento puro*, a segunda seção da obra de Frege apresentará os axiomas do sistema e algumas das proposições que destes são derivadas. Deve-se ressaltar, tal como o faz Peter Sullivan, que “adotando este modelo [o axiomático], Frege oferece para a Lógica o estatuto de ciência, distanciando suas concepções daquelas de seu mais importante antecessor, Kant, e de seu mais importante sucessor, Wittgenstein” (SULLIVAN 2004, p. 670) [6]. Afinal, ambos acreditavam que “a lógica era um adjunto ou um auxílio para a ciência, e não uma ciência ela própria” (*idem*). Ao assumir que estes axiomas representam os *princípios do pensamento puro* [7], bem como algumas regras para a manipulação dos símbolos apresentados na primeira seção, Frege alcançará diversas leis para a orientação do pensamento puro, ou *os juízos do pensamento puro*. A distinção entre estas regras e os axiomas apresentados, ou, entre os *princípios do pensamento puro* e os *juízos do pensamento puro*, para Sullivan, serão interessantes apenas do ponto de vista interno ao sistema fregeano, pois, de um ponto de vista externo, se estaria empregando o mesmo tipo de justificativa para ambas as modalidades. Esta distinção, contudo, seja de um ponto de vista interno ou externo, será fundamental para a boa compreensão do sistema, pois distingue as suas bases das suas leis, ou seja, os seus pressupostos das teses que destes são derivadas, as quais sofreriam a ação das regras de manipulação de seus símbolos (ou regras de inferência). A terceira seção, por sua vez, apresentará *alguns tópicos para uma teoria geral das seqüências*, a fim de estabelecer a redução conceitual já enunciada no prefácio e citada anteriormente, seja esta a redução do conceito de *ordenado numa seqüência* para o de *conseqüência lógica*. Por se constituir como uma discussão nos domínios da matemática, isto é, fora do escopo delimitado por este texto, constitui-se como informação suficiente este breve apontamento sumário.

Revisitando Frege, Oswaldo Chateaubriand sinaliza para a herança aristotélica que se encontraria presente nas diversas teses enunciadas por ele quando da criação de seu simbolismo lógico ao longo da *Begriffsschrift*. Em seus próprios termos, “a distinção entre função e argumento, junto do fato de o conteúdo conceitual ser o mesmo em diferentes análises, é a base da eliminação da tradicional distinção sujeito-predicado como um explícito componente notacional de seu sistema. O ponto importante, contudo, é que a distinção ela mesma não é eliminada, mas enriquecida; ainda que não seja em termos ontológicos” (CHATEAUBRIAND 2001, p. 263). Considerando-se que as questões ontológicas não constituem o cerne da discussão deste trabalho fregeano, o qual possui como foco, tal como é expresso em seu prefácio, “não tratar expressamente de nada desprovido de significado para a *seqüência inferencial*” (FREGE 1997a, p. IV), as afirmações de Chateaubriand coadunam-se com aquele objetivo para este capítulo enunciado, qual seja, aproximar de *maneira analógica* o pensamento de Frege daquele expressado pelo mais famoso discípulo de Platão.

Ao apresentar os sinais que por ele serão utilizados, com efeito, duas barras serão antepostas a um conteúdo conceitual expresso: uma barra na horizontal (anterior ao mesmo) e uma barra na vertical (anterior à barra horizontal). A barra horizontal, ou *barra de circunstância*, simplesmente *considera* o conteúdo conceitual expresso, ao passo que a barra vertical pode ser pensada como uma expressão do predicado *é um fato*, um predicado que transforma o conteúdo conceitual considerado em um juízo. De acordo com suas palavras, “*se uma linguagem contiver um único predicado para todos os juízos, este será precisamente, é um fato*” (*idem*, p. 4 (§3)), bem como, no caso de ser introduzido um quantificador para qualificar um juízo, “*isto sustenta que, para o juízo, quaisquer que sejam seus argumentos, a função será um fato*” (*idem*, p. 19 (§11)). Possuir um único predicado para todos os juízos ou para todas as proposições é uma tese que bem poderia ser encontrada na lógica desenvolvida por Aristóteles com dois milênios de antecedência, pois, com efeito, aquela fora apresentada como uma “análise do pensamento humano enquanto pensamento da realidade” (COPLESTON 1993, p. 278), ou seja, do pensamento humano enquanto *pensamento de fatos*. Desta maneira, a tese de enriquecimento interpretativo da noção de predicado quando da introdução da análise de um juízo em termos funcionais, levantada por Oswaldo Chateaubriand, pode ser compreendida como uma herança conceitual do pensamento aristotélico na lógica desenvolvida por Frege em sua *Begriffsschrift*.

III – O *Grundlagen* e sua herança kantiana

Decorridos alguns anos da publicação de sua *Begriffsschrift*, poucas foram as apreciações recebidas por esta obra singular. Poucas, porém, constantes. A mais constante almejava aproximar este trabalho daquele projeto levado a cabo alguns anos anteriores por George Boole, matemático britânico que procurou tornar a Lógica um instrumento algébrico, inventando uma linguagem de fórmulas para ela com o auxílio dos símbolos aritméticos. Frege é explícito ao afirmar durante uma conferência, intitulada “Sobre a Finalidade da Ideografia”, que

“quando consideramos a linguagem de fórmulas de Boole como um todo, verificamos que ela é uma vestimenta da Lógica abstrata com roupagem de sinais algébricos; ela não é adequada para veicular um conteúdo, e também não é esta a sua finalidade. Mas esta é precisamente a minha intenção. Quero fundir os poucos sinais que introduzo com os sinais já disponíveis da Matemática para formar uma única linguagem por fórmulas. Nela, os sinais existentes da Matemática correspondem, aproximadamente, aos radicais das palavras da linguagem corrente, ao passo que os sinais por mim anexados são comparáveis aos sufixos e formadores de palavras (*Formwörtertern*) que relacionam logicamente os conteúdos encerrados nos radicais” (FREGE 1978e, p. 145).

De modo que, em 1884, para melhor delinear sua posição, ele publica *Os Fundamentos da Aritmética*, livro que veicula como seu subtítulo a motivação de se constituir como *uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número* [8].

Nesta obra, a investigação se detém na melhor maneira de se caracterizar aquele objeto que é o mais próximo e o mais indefinido de toda a Aritmética: o número. “Ora, não é vergonhoso para a ciência estar tão pouco esclarecida acerca de seu objeto mais próximo, e aparentemente tão simples?” (FREGE 1997b, p. II), pergunta-se logo no início do prefácio. Ele procurará esclarecer, deste modo, a sua posição com relação ao estatuto do número, analisando as mais diversas opiniões correntes acerca desta temática, tendo em vista a refutação de cada uma para o melhor estabelecimento da sua. Assim, mais da metade de sua obra será dirigida ao questionamento de teses alheias, adotando princípios rigidamente estabelecidos ao início de sua obra. São eles: “separar precisamente o psicológico do lógico, o subjetivo do objetivo; perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição, e não isoladamente; e não se perder de vista a distinção entre conceito e objeto” (*idem*, p. X). Tal como foi feito com sua *Begriffsschrift*, desta forma, apresentar-se-á na seqüência um esquema da argumentação empreendida no *Grundlagen* a fim de posteriormente se reivindicar a existência de uma herança conceitual de natureza idealista, esgotada pela figura de Immanuel Kant.

Duas são as maneiras de se apresentar esquematicamente o *Grundlagen*: pela sua divisão interna em cinco partes distintas (acrescida de uma introdução e um prefácio) ou pelos diversos problemas que nele são propostos, todos precisamente orientados. Nestas linhas, unir-se-ão ambas as maneiras, adotando como pressuposto de exposição que a organização de Frege para os problemas propostos é estritamente vinculada com a sua divisão por partes, assim como o fato de ambas serem vinculadas aos princípios norteadores da obra. De modo tal que, após a breve introdução, a primeira parte intitula-se *opiniões de alguns autores sobre a natureza das proposições aritméticas*, para questionar, em primeiro lugar, a possibilidade de demonstração das mesmas; este questionamento é seguido por outro que se dirige ao estatuto das leis da aritmética, cogitando se seriam elas verdades indutivas, por um lado, ou se elas seriam sintéticas *a priori* ou analíticas, por outro. Fiel ao seu segundo princípio, na segunda parte Frege apresentará as *opiniões de alguns autores sobre o conceito de número*, problematizando o fato de serem os números uma propriedade das coisas exteriores, por um lado, ou se eles seriam algo de natureza subjetiva, por outro; por fim, será colocada em dúvida a tese que afirma ser o número um

conjunto. Afirmou-se a sua fidelidade ao segundo princípio enunciado devido ao fato de ele somente pensar a natureza do número após ter se detido longamente no questionamento acerca da natureza da proposição aritmética, ou seja, apenas perguntar pelo significado de um número no contexto de uma proposição aritmética.

Adotando como o tema da terceira parte *opiniões sobre unidade e um*, Frege a inicia questionando se o numeral *um* exprimiria uma propriedade de objetos, para em seguida problematizar a questão da identidade da unidade [9]. A partir deste momento, ele começará a especular sobre algumas tentativas de se superar esta dificuldade apresentada pelo tópico anterior, acerca da identidade, para, ao final, esboçar uma solução para a mesma (o número seria uma atribuição feita a conceitos, logo, pelas categorias disponíveis em seu sistema, um objeto). Concluídas estas etapas preliminares, inicia-se a quarta parte de seu tratado: *o conceito de número*. Nesta, Frege não tem por objetivo o enfraquecimento de outras teorias, mas a sumária apresentação da sua. Esta seção do texto afirmará que, notadamente, *cada número singular é um objeto independente, que para se obter o conceito de número, deve-se estabelecer o sentido de uma identidade numérica* [10], para, em seguida, complementar e confirmar sua definição e, ao final, tratar do caso específico dos números infinitos. Na conclusão de seu trabalho, Frege ainda procurará oferecer uma caracterização de outros números que não os cardinais, antes de recapitular toda a discussão que fora levada a cabo.

Por ser uma obra em que *o engenho filosófico de Frege* apresenta-se eminente, muitas são as discussões que dela são derivadas. Oswaldo Chateaubriand, por exemplo, orientará sua argumentação para “o fato de o *Grundlagen* ser mais diretamente relacionado com problemas ontológicos [do que a *Begriffsschrift*]” (CHATEAUBRIAND 2001, p. 265). Uma teoria ampla que se relaciona com muitas das teses expressas ao longo deste extenso tratado, o qual discute diretamente com figuras já eminentes como Leibniz, Hume e Kant, e outras, hoje extremamente elevadas, como Dedekind e Cantor. Aqui, contudo, procurar-se-á encontrar apenas os *traços* que atestariam a existência de uma herança conceitual de natureza idealista por parte da influência exercida por Immanuel Kant, sem analisar pormenorizadamente os vários problemas daí deduzidos. De modo que não existe melhor lugar para se empreender semelhante busca do que nos próprios princípios que orientam toda a argumentação levada a cabo nesta obra...

À parte da reformulação semântica empreendida por Frege nos pares conceituais apresentados no segundo prefácio à *Crítica da Razão Pura* (analítico e sintético; *a priori* e *a posteriori*), fundamentais para uma boa compreensão dos objetivos desta obra, os princípios enunciados ao final do seu prefácio possibilitam uma interessante aproximação com esta que é a primeira obra do projeto crítico de Kant, bem como com as concepções por ele expostas em seu *Manual dos Cursos de Lógica Geral* (editado por Gottlob Benjamin Jäsche). Atente-se, primeiramente, a esta longa passagem do texto de Kant, quando de sua caracterização da Lógica:

“alguns lógicos pressupõem, é verdade, princípios *psicológicos* na Lógica. Mas introduzir semelhantes princípios na Lógica é precisamente tão absurdo quanto buscar a

Moral na vida. Se tirássemos seus princípios da *psicologia* (*Psychologie*), isto é, das observações sobre o nosso intelecto, veríamos apenas *como* o pensamento procede e como ele *é* sob uma variedade de impedimentos e de condições subjetivos, o que nos levaria ao conhecimento de leis meramente *contingentes*. Mas, na Lógica, não se trata de regras *contingentes*, mas *necessárias*, não de como pensamos, mas de como devemos pensar. Por isso, as regras da Lógica devem ser tomadas não do uso *contingente* do intelecto, mas de seu uso *necessário*, que encontramos em nós sem nenhuma psicologia. Na Lógica, não queremos saber como o intelecto *é* e pensa e como até agora procedeu ao pensar, mas como deveria proceder. Ela deve nos ensinar o uso correto do intelecto que concorda consigo mesmo” (KANT 2003, AK13).

Acrescente-se o fato de ela ser

“uma ciência racional não segundo a mera forma, mas segundo a matéria; uma ciência *a priori* das leis necessárias do pensamento, não, porém, relativamente a objetos particulares, mas a todos os objetos em geral; portanto, uma ciência do uso correto do intelecto e da razão em geral, não, porém, subjetivamente, isto é, segundo princípios empíricos (psicológicos), sobre como o intelecto pensa, mas, objetivamente, isto é, segundo princípios *a priori*, sobre como ele deve pensar” (*idem*, AK16).

Para se encontrar de maneira germinal, porém explícita, o primeiro princípio enunciado por Frege e expressado pela máxima de que “deve-se separar precisamente o psicológico do lógico, o subjetivo do objetivo” (FREGE 1997b, p. X).

Com relação ao segundo princípio de Frege, a aproximação com as concepções kantianas apresenta-se mais delicada. Este princípio, com efeito, afirma que “se deve perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição e não isoladamente” (*idem*). Pois bem, na segunda parte de sua *Crítica da Razão Pura*, nomeadamente a Lógica Transcendental [11], Kant almejará oferecer uma “decomposição de todo o nosso conhecimento *a priori* nos elementos do conhecimento puro do entendimento” (KANT 2001, A64 // B69). Esta decomposição, por sua vez, será possibilitada pela pressuposição de “uma *idéia da totalidade* do conhecimento *a priori* do entendimento e [pela] divisão, determinada a partir dessa *idéia*, dos conceitos que o constituem, por conseguinte pela sua *interconexão num sistema*” (*idem*). De tal maneira que, após a apresentação da sua *idéia da lógica transcendental*, Kant tratará do *fio condutor para a descoberta de todos os conceitos puros do entendimento (o uso lógico do entendimento em geral, a função lógica do entendimento nos juízos e os conceitos puros do entendimento ou das categorias)*, bem como da *dedução dos conceitos puros do entendimento* (seção que será extremamente diferente nas duas edições desta *Crítica*). Uma advertência acerca da Lógica Transcendental, contudo, para os fins aqui propostos, faz-se necessária:

“diversas representações são reduzidas, analiticamente, a um conceito (questão de que trata a lógica geral). Mas a lógica transcendental ensina-nos a reduzir *a* conceitos, não as representações, mas a *síntese pura* das representações. O que primeiro nos tem de ser dado para efeito do conhecimento de todos os objetos *a priori* é o diverso da intuição pura; a *síntese* desse diverso pela imaginação é o segundo passo, que não proporciona

ainda conhecimento. Os conceitos, que conferem *unidade* a esta síntese pura e consistem unicamente na representação desta unidade sintética necessária, são o terceiro passo para o conhecimento de um dado objeto e assentam no entendimento” (*idem*, A78 // B104).

Deste modo, partindo do pressuposto que “o conhecimento de todo o entendimento, pelo menos do entendimento humano, é um conhecimento por conceitos, que não é intuitivo, mas discursivo” (*idem*), e que este é o terceiro passo necessário à redução da *síntese pura*, seguir-se-á na exposição de semelhante aproximação com o supracitado princípio.

Se o conhecimento de todo entendimento é um conhecimento que se processa através de conceitos e, por conseguinte, apresenta-se como um conhecimento discursivo, Kant não se furta a admitir que a faculdade do entendimento “não pode fazer outro uso desses conceitos a não ser, por seu intermédio, formular juízos” (*idem*, A68 // B93). Afirmação que o permitirá “reduzir a juízos todas as ações do entendimento, de tal modo que o *entendimento* em geral pode ser representado como uma *faculdade de julgar*” (*idem*, A69 // B94). Uma *faculdade de julgar* que considerará os juízos como funções de unidade entre as nossas representações; dado que uma *função* é compreendida como “a unidade da ação que consiste em ordenar diversas representações sob uma representação comum” (*idem*, A68 // B93), e que as nossas representações perpassam outros estágios, precedentes a sua submissão à espontaneidade do pensamento. Considerando-se, também, que a interconexão dos conceitos num sistema será proporcionada por uma idéia de totalidade, serão encontradas “todas as funções do entendimento se pudermos expor totalmente as funções da unidade dos juízos” (*idem*, A69 // B94). A partir destas teses, Kant exporá a *função lógica do entendimento nos juízos*, explicitada pela sua *tábua dos juízos puros*, dividida em quatro rubricas, cada uma contendo três momentos. São estas: a *quantidade dos juízos* (universais, particulares, singulares), a *qualidade* (afirmativos, negativos e infinitos), as *relações* (categóricos, hipotéticos e disjuntivos) e, por fim, as suas *modalidades* (problemáticos, assertóricos e apodícticos).

Se “a mesma função, que confere unidade às diversas representações *num juízo*, dá também unidade à mera síntese de representações diversas *numa intuição*” (*idem*, A79 // B105), e se esta função poderá ser devidamente designada como um *conceito puro do entendimento* (ou *categorias*, em honra de Aristóteles), será admitido por parte de Kant uma equivalência numérica entre estes conceitos e aquelas funções lógicas de todos os juízos possíveis, dado que o *entendimento* possui a sua ação esgotada nesses juízos, assim como possui a sua referência *a priori* aos objetos esgotada por estes conceitos. Assim, os *conceitos puros do entendimento* também serão divididos de acordo com a sua *quantidade* (unidade, pluralidade e totalidade), a sua *qualidade* (realidade, negação e limitação), suas *relações* (inerência e subsistência, causalidade e dependência, e comunidade), e suas *modalidades* (possibilidade – impossibilidade, existência – não existência, necessidade – contingência). Este esgotamento será proporcionado, com efeito, pelo mesmo princípio que afirma ser o *entendimento* uma *faculdade de julgar* completa em si mesma. De modo que, ainda sejam consideradas como *simultâneas* ambas as tábuas, pela condição *transcendental* de semelhante faculdade, sua definição como uma

faculdade de julgar acaba por oferecer uma precedência da tábua dos juízos frente à tábua das categorias. Afinal, *enquanto as formas lógicas dos juízos são fixadas, a tábua das categorias tem o seu caráter puro derivado de uma analogia com aquelas*. Delimitada esta precedência, ainda que tênue seja sua apresentação, poderá ser concretizada aquela aproximação com o segundo princípio fregeano. Acerca do terceiro princípio de Frege, “não se perder de vista a distinção entre conceito e objeto” (FREGE 1997b, p. X), Kant é categórico em afirmar, ao início de sua *Estética Transcendental*, que “por intermédio, pois, da sensibilidade são-nos *dados* objetos e só ela nos fornece *intuições*; mas é o entendimento que *pensa* estes objetos e é dele que provém os conceitos” (KANT 2001, A17 // B31). Afirmação que, por estabelecer uma *diferença de origem* entre os conceitos e os objetos, corroborará aquele princípio fregeano, assim como encerrará as aproximações propostas como existentes entre as teses expostas no *Grundlagen* e alguns tópicos do idealismo transcendental de Immanuel Kant.

IV – 1891-93 e o Legado de Frege

Após a breve apresentação das influências recebidas por Frege no início de seu pensamento nos domínios da Lógica, tratadas sob a alcunha de *heranças conceituais*, tratar-se-á neste momento das distinções conceituais que Frege legou a toda uma geração de pensadores subseqüentes. De modo sumário, será abordado nesta seção o seu *pensamento de maturidade*, compreendido pela tríade de artigos publicada nos anos de 1891-92 (“Função e Conceito”, “Sobre o Sentido e a Referência” e “Sobre o Conceito e o Objeto”), e pelo primeiro volume de sua obra máxima *As Leis Básicas da Aritmética* (1893), expressamente o prefácio e a introdução, nas quais se veicula a motivação e as bases filosóficas que sustentam tal obra.

O motor desta exposição, com efeito, distancia-se em muito daquele que motivara as seções precedentes. Afinal, enquanto ao longo dos primeiros capítulos almejava-se aproximar a figura de Gottlob Frege de sólidos filósofos, da magnitude de Aristóteles e Kant, com o intuito de marcar as *heranças conceituais* existentes em seu pensamento, neste capítulo pretende-se descobrir o lugar por ele ocupado no curso da história da filosofia, inspirado pelo título do último capítulo da obra *Frege, Philosophy of Language*, publicada por Michael Dummett. Para tanto, procurar-se-á expor as interessantes distinções conceituais componentes de seu sistema lógico-matemático, fundamentais ao seu projeto logicista de redução das verdades aritmética às verdades lógicas. Estas distinções conceituais, por sua vez, estiveram presentes em uma grande parte da discussão filosófica desenvolvida no período que o sucedeu, dentro e fora dos domínios da considerada filosofia analítica (por exemplo, nos trabalhos de Bertrand Russell, Rudolf Carnap e Ludwig Wittgenstein, bem como no trabalho de Jean-François Lyotard). De modo que, se for atentado apenas a discussão que delas se derivam, o lugar ocupado pela figura de Gottlob Frege na história já se encontra garantido, fato que torna ainda mais interessante uma investigação apurada dos conceitos por ele sugeridos ao longo deste período.

A – “Função e Conceito” (1891)

“A distinção inicial de Frege entre função e argumento [(apresentada na *Begriffsschrift*)] não possui a mesma ênfase que possuirá sua distinção entre função e objeto” (CHATEAUBRIAND 2001, p. 263). Esta afirmação de Oswaldo Chateaubriand oferecerá o espaço necessário para que outra sentença, de maior amplitude filosófica, seja afirmada. Afinal, se a ênfase é diferente, então o que se terá agora serão “duas categorias ontológicas fundamentais: funções e objetos. Ambas são tomadas como primitivas, como as noções de ‘percurso de valores’, ‘sinais’, ‘sentidos’” (*idem*, p. 268). Esta afirmação, por sua vez, será corroborada pelos próprios termos fregeanos, quando este considera, naquilo que tange a semelhantes conceitos, que é “impossível uma definição regular, já que temos aqui algo que, por sua simplicidade, não admite decomposição lógica. Só é possível indicar o que se quer dizer. Aqui só se pode dizer sucintamente: um objeto é tudo que não é uma função, de modo que uma expressão dele não contém lugar vazio” (FREGE 1997c, p.18). Almejar-se-á, desta forma, oferecer uma análise do primeiro artigo publicado por Frege dentro do conjunto selecionado sem invadir o âmbito conceitual trabalhado pelos demais. Com efeito, este tratamento é difícil de ser delimitado, pois o que fica latente após uma leitura detalhada é que a distinção entre o sentido (*sinn*) e a referência (*bedeutung*) se encontra presente em todos eles [12], desempenhando um papel fundamental nesta primeira fase da maturidade fregeana (a segunda será delimitada pela publicação do *Grundgesetze*). Feitas estas pequenas considerações acerca do tratamento devido ao artigo, vamos a ele!

O ponto de partida de Frege neste artigo é *aquilo que se chama de função em Matemática*. De acordo com sua concepção, dados os progressos obtidos em Matemática com o auxílio desta ferramenta, a partir da descoberta da Análise superior, se perderam de vista muitas de suas definições primárias, como a distinção fundamental por ela efetuada entre a forma e o conteúdo, ou entre o sinal e o designado. É à preservação desta distinção que Frege direcionará as suas considerações, sempre com o pressuposto de que “a diversidade de designação não justifica, por si só, uma diversidade de designados” (*idem*, p. 3), afinal, “as diferentes expressões correspondem a diferentes concepções e aspectos, porém, sempre à mesma coisa” (*idem*, p. 5). Poder-se-ia objetar que esta é uma simples questão de definição, ao passo que Frege contraporaria imediatamente o fato de mesmo uma definição não ser criadora de novos objetos ou de propriedades de objetos, “a ponto de poder dar a uma coisa propriedades que esta coisa não tenha; no máximo, ela dará a uma coisa a propriedade de se exprimir e designar aquilo para o que a definição a introduz como sinal” (*idem*, p. 4). Em uma definição, menciona em uma nota, apenas se associa, “a um sinal, um sentido e uma referência. Onde faltam integralmente sentido e referência, não se pode propriamente falar de um sinal, nem de uma definição” (*idem*, Nt. D).

Após a introdução destes pressupostos, Frege procurará caracterizar aquilo que ele compreende por função. Para tanto, estabelecerá a diferença existente entre um argumento e uma função, se valendo de um exemplo retirado dos domínios da geometria:

“isto pode ser comparado com a divisão de uma reta num ponto. Fica-se inclinado, assim, a associar o ponto de divisão a ambas as semi-retas. Mas se se quer fazer a divisão de maneira rigorosa, de modo a não contar duas vezes, nem deixar nada de fora,

tem-se que associar o ponto de divisão a apenas uma das semi-retas. Esta semi-reta se tornará inteiramente fechada em si mesma e pode ser comparada ao argumento, enquanto que à outra semi-reta faltará alguma coisa. O ponto de divisão, que poderia ser denominado de seu ponto terminal, não lhe pertence. Somente completando-a com este ponto terminal ou uma reta com dois pontos terminais obtém-se algo completo” (*idem*, p. 7).

Com o auxílio destas considerações, pode-se asseverar que uma expressão possui em sua estrutura a possibilidade de decomposição (em termos de função e argumento), assim como o fato de uma função ser, em si mesma, incompleta ou insaturada. Quando completada por um argumento, “denominamos àquilo em que resulta a função, o valor da função para este argumento” (*idem*, p. 8).

Neste momento, auxiliado por uma noção do sinal de igualdade como apresentando uma coincidência completa e não apenas uma concordância parcial, Frege introduz a concepção de *igualdade entre percurso de valores de funções* [13], possuidora de referências completas em si mesmas, como uma generalização da simples igualdade entre expressões, a qual seria indefinida, valendo-se para tais fins do método intuitivo da geometria analítica. Com a ressalva de que “a possibilidade de entender a generalização de uma igualdade entre valores de funções como uma igualdade, a saber, como uma igualdade entre percursos de valores, não pode ser demonstrada, mas deve ser considerada uma lei fundamental da Lógica” (*idem*, p. 10), ele acrescentará ao conjunto de sinais formadores de expressões funcionais a igualdade, de modo que seu julgamento acerca de uma identidade se pautará por valores extremamente determinados, quais sejam, o verdadeiro e o falso. “Assim digo: ‘o valor de nossa função é um valor de verdade’ e distingo entre o valor de verdade do verdadeiro e o valor de verdade do falso. Chamo o primeiro, para abreviar, de o verdadeiro, e o segundo, de o falso” (*idem*, p. 13). Considerando-se que a presença do artigo definido nesta expressão não é casual, pois “dizemos ‘o número’ e não ‘um número’; com o artigo definido indica-se que há apenas um único número” (*idem*, p. 5), obtém-se, de fato, os dois *objetos ontológicos* fundamentais da teoria fregeana, quais sejam, *o verdadeiro* e *o falso*.

O próximo passo de sua argumentação, após a clarificação das noções de função, objeto e igualdade de percurso de valores, será aproximar aquilo que ele entende por *função* em Matemática daquilo que entende por *conceito* em Lógica. “Com efeito, pode-se dizer imediatamente: um conceito é uma função cujo valor é sempre um valor de verdade” (*idem*, p. 15). Do mesmo modo que “podemos designar como extensão de um conceito o percurso de valores de uma função cujo valor, para qualquer argumento, é um valor de verdade” (*idem*, p. 16). Delimitada a noção de *conceito*, Frege poderá deter-se na sua concepção de *objeto*, na qual aquela afirmação anteriormente citada possui um papel fundamental, qual seja, a afirmação da impossibilidade de definição de um objeto que não seja contrastando-o com uma função, “de modo que uma expressão dele não contém lugar vazio” (*idem*, p. 18). Lançadas estas bases, pode-se pensar que “uma sentença assertiva não contém lugar vazio, e, portanto, deve-se considerar que a sua referência é um objeto. Esta referência, porém, é um valor de verdade. Logo, ambos os valores de verdade são

objetos” (*idem*). As últimas considerações efetuadas por Frege no tocante à sua concepção de um *conceito* se referirão ao fato de as extensões conceituais, tais como os percursos de valores de uma função, serem objetos, bem como o fato de o conceito poder ser tanto de primeiro nível, quando aquilo que cai sob ele é um objeto, quanto de segundo nível, quando o que cai sob ele é um conceito de primeiro nível (distinção que será mais bem explorada na seqüência). Feitas estas últimas considerações, passa-se a análise do segundo artigo desta tríade, seja este “Sobre o Sentido e a Referência”, tecendo-se ao final algumas breves considerações sobre o último destes (“Sobre o Conceito e o Objeto”).

B – “Sobre o Sentido e a Referência” & “Sobre o Conceito e o Objeto” (1892)

O problema da igualdade pode ser eleito, com efeito, como um fio condutor para toda a obra de Gottlob Frege. Ele aparece já no prefácio da *Begriffsschrift*, é trabalhado ao longo do *Grundlagen*, e inaugura o artigo que concentra as atenções neste instante. Logo em sua primeira frase é afirmado que “a igualdade desafia a reflexão dando origem a questões que não são muito fáceis de responder. É ela uma relação? Uma relação entre objetos ou entre nomes ou sinais de objetos?” (FREGE 1997d, p. 25). Com vistas a sanar este problema – que pode ser referido aos diálogos platônicos, às leis leibnizianas, ou às acuradas distinções kantianas –, Frege introduzirá a sua distinção conceitual entre o *sentido* (*sinn*) e a *referência* (*bedeutung*), acreditando ser possível que exista, “unido a um sinal, além daquilo por ele designado, que pode ser chamado de sua referência, ainda o que gostaria de chamar de o sentido do sinal, onde está contido o modo de apresentação do objeto [*Art des Gegebenseins*]” (*idem*, p. 26). De tal maneira que “a conexão regular entre o sinal, seu sentido e sua referência é de tal modo que ao sinal corresponde um sentido determinado e ao sentido, por sua vez, corresponde uma referência determinada, enquanto que a uma referência (a um objeto) não deve pertencer um único sinal [isto é, um sentido determinado]” (*idem*, p. 27) [14].

Esta conexão regular, contudo, não é absoluta. Tal como Aristóteles em seu *Tratado Sobre a Interpretação*, Frege reconhece a existência de sentenças que não levantam uma pretensão de verdade, as quais, de acordo com sua terminologia, apresentariam um sentido, mas não uma referência (seriam sentenças sem valor de verdade, ou sentenças nem verdadeiras nem falsas). Esta constatação o conduzirá a distinguir maneiras diferentes de se utilizar uma sentença, de modo que “se as palavras são usadas de modo corrente, o que se pretende falar é de sua referência” (*idem*, p. 28), ou seja, se pretende falar de sua *referência costumeira*, contrastando esta modalidade com o discurso indireto, no qual a referência apresentará o *sentido costumeiro* das palavras, isto é, apresentará uma *referência indireta*. Neste momento, Frege também menciona a existência de um *sentido indireto*, ainda que em nenhum momento de seu artigo ele venha a caracterizá-lo. Esta qualificação do sentido e da referência, entretanto, tem como um de seus objetivos centrais não apenas discriminá-los em *costumeiros* e *indiretos*, mas distinguir ambos da noção de *representação* (*Vorstellung*), a qual possui uma natureza estritamente subjetiva. Com efeito, ele continuará a sustentar aquela lei enunciada no prefácio de seu *Grundlagen*, segundo a

qual não se deve perder de vista a distinção entre o subjetivo e o objetivo; e ainda que, por vezes, mal-entendidos ocorram, confundindo “a classificação entre conceitos e objetos com a distinção entre sentido e referência, de tal modo que se admita associar, por um lado, sentido e conceito, e por outro, referência e objeto” (1997e, p. 128), Frege não permitirá que aquela outra confusão ocorra, de modo que “a referência de um nome próprio é o próprio objeto que por seu intermédio designamos; a representação que dele temos é inteiramente subjetiva; entre uma e outra está o sentido que, na verdade, não é tão subjetivo quanto a representação, mas que também não é o próprio objeto” (1997d, p. 30) [15].

Após valer-se da esclarecedora metáfora do telescópio e da lua para exprimir a distinção entre o sentido e a referência, e da relação de ambos com o olhar, com o intuito de distingui-los da representação, Frege passará a investigar quais seriam o sentido e a referência de uma sentença assertiva completa. Esta sentença, dentro de sua concepção, expressaria um pensamento, mas é colocado como o foco do problema se este seria o sentido ou a referência da mesma. Caso se considere aquilo que já fora afirmado no artigo “Função e Conceito”, que “a sentença assertiva contém *como sentido* um pensamento – ou, pelo menos, se propõe a conter – e este pensamento é, em geral, verdadeiro ou falso; isto é, em geral, ele possui um *valor de verdade*, que deve ser considerado como a *referência* da sentença” (1997c, p. 16), a pergunta levantada assume um mero caráter retórico: o pensamento será considerado como o sentido da sentença.

Tal como ocorre com relação ao nome próprio, desta maneira, será permitido na teoria fregeana a existência de sentenças que só apresentem um pensamento, ou seja, sentenças que apresentam uma falha na referência. Esta característica recebe o estatuto de *falha* porque “todo aquele que não admite que o nome tenha uma referência não lhe pode atribuir nem negar um predicado” (1997d, p. 33), e se podemos conceber a *natureza de um conceito* como uma *natureza predicativa*, tal como é permitido pelas suas “Digressões Sobre o Sentido e a Referência”, “a relação lógica fundamental será a de cair um objeto sob um conceito” (1997e, p. 128). A esta concepção é adicionada a razão pela qual é problematizada a ausência de referência de um termo, qual seja, que “é, pois, a busca da verdade, onde quer que seja, o que nos dirige do sentido para a referência” (1997d, p. 33). Afinal, “toda sentença assertiva, em face à referência de suas palavras, deve ser, por conseguinte, considerada como um nome próprio” (*idem*), e sua referência, deste modo, será sempre um valor de verdade. E Frege completa afirmando que entende por valor de verdade “a circunstância de ela ser verdadeira ou falsa. Por brevidade, chama-se a um de o verdadeiro e a outro de o falso” (*idem*, p. 34). Deste modo, antes de se dedicar à questão das sentenças subordinadas, a qual ocupará todo o restante de seu artigo, e que se referem à possibilidade de substituição de uma sentença por outra que possua o mesmo valor de verdade [16], a fim de se manter a referência da sentença, alterando-se unicamente o seu pensamento, Frege assevera a tese que ocupará diversos lógicos e filósofos ao longo do século XX: “se o valor de verdade de uma sentença é sua referência, então, por um lado, todas as sentenças verdadeiras têm a mesma referência e, por outro lado, o mesmo ocorre com todas as sentenças falsas” (1997d, p. 35) [17].

Na conclusão de seu artigo, retomando o problema enunciado no primeiro parágrafo de seu texto, qual seja, o problema da igualdade cognitiva de enunciados sintéticos *a priori* e analíticos, Frege considerará que

“se, em geral, julgamos que o valor cognitivo de ‘ $a = a$ ’ e ‘ $a = b$ ’ é diverso, isto se explica pelo fato de que, para determinar o valor cognitivo, é tão relevante o sentido da sentença, isto é, o pensamento por ela expresso, quanto sua referência, a saber, seu valor de verdade. Se $a = b$, então realmente a referência de ‘ b ’ é a mesma que a de ‘ a ’, e, portanto, também o valor de verdade de ‘ $a = b$ ’ é o mesmo que o de ‘ $a = a$ ’. Apesar disso, o sentido de ‘ b ’ pode diferir do de ‘ a ’ e, portanto, o pensamento expresso por ‘ $a = b$ ’ pode diferir do expresso por ‘ $a = a$ ’; neste caso, as duas sentenças não têm o mesmo valor cognitivo” (*idem*, p. 50).

De tal modo que, após aproximar as noções de *função* e *conceito* (aprofundamento da *Begriffsschrift*) e introduzir a distinção entre *sentido* e *referência* (preservando uma das leis do *Grundlagen*), resta apenas a distinção existente entre o *conceito* e o *objeto* (também uma lei do *Grundlagen*) para finalizar este quadro conceitual esboçado por Frege no período que antecede a publicação de seu *Grundgesetze*. Como se observará, breve é a tarefa de Frege quanto a esta última distinção.

Tecido como uma resposta às considerações efetuadas por Benno Kerry acerca do *Grundlagen* [18], o artigo “Sobre o Conceito e o Objeto” possui um alcance limitado por conta das teses já expostas nos artigos analisados anteriormente. Caso se queira considerar apenas o artigo “Função e Conceito”, não haverá nenhuma nova distinção conceitual apresentada naquele artigo que já não se encontre exposta detalhadamente neste. O trabalho de Frege neste artigo reduz-se a aproximar as teses expostas em 1884 no *Grundlagen* das teses expostas nestes dois últimos anos (1891-92), detalhando as novidades presentes em sua maneira de considerar o tema tratado, marcando as devidas diferenças, bem como resolvendo as dúvidas levantadas por Kerry. Duas marcações aqui efetuadas são dignas de notas. Em primeiro lugar, aquela distinção, já exposta no *Grundlagen* (§53), entre uma propriedade de um objeto e uma nota de um conceito [19]; e em segundo lugar, o nivelamento existente entre os conceitos, que se procede de tal modo que

“o comportamento do conceito será essencialmente predicativo, mesmo onde se predica algo dele; conseqüentemente, ele só pode ser substituído por outro conceito, nunca por um objeto. Assim, a predicação que é feita de um conceito não é adequada para um objeto. Os conceitos de segundo nível, sob os quais caem conceitos, são fundamentalmente diferentes dos conceitos de primeiro nível, sob os quais caem objetos. A relação de um objeto com um conceito de primeiro nível sob o qual ele cai é diferente, embora semelhante, da relação de um conceito de primeiro nível com um conceito de segundo nível. Se se quisesse considerar ao mesmo tempo a distinção e a semelhança, poder-se-ia dizer que um objeto cai *sob* um conceito de primeiro nível, e que um conceito cai *em* um conceito de segundo nível. Deste modo, a distinção entre conceito e objeto conserva toda a sua nitidez” (1997f, p. 201).

Assim, podem-se considerar introduzidos no sistema de Frege estes componentes logicamente simples (conceito e objeto), os quais, por esta mesma razão, não comportam uma definição precisa, mas apenas uma sugestão de denominação. Afinal, a linguagem não contém originalmente uma expressão que lhes corresponda. Acrescidos da distinção epistemológica entre sentido e referência, e da escrita conceitual apresentada na *Begriffsschrift*, tem-se o esboço completo da pintura que será exposta por *As Leis Básicas da Aritmética*, ou simplesmente, o *Grundgesetze*.

C – *Grundgesetze* (1893)

Uma obra que apresenta o projeto de uma vida intelectual. Estas palavras bem definem o texto apresentado por Frege em 1893, para o qual é escolhido o título de *As Leis Básicas da Aritmética* [20]. Curiosamente, não é acrescentado a esta obra nenhum subtítulo que almeje determinar de modo mais preciso aquilo que será trabalhado ao longo do texto, diferentemente do que ocorrera com as obras precedentes. Se a *Begriffsschrift* era, de fato, uma linguagem formal para o pensamento puro modelada de maneira análoga à aritmética, bem como o *Grundlagen* se apresentava como uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número, o *Grundgesetze* esgotará suas pretensões em seu próprio título: estabelecer as leis básicas da aritmética, compondo todos os resultados alcançados por Frege em suas obras anteriores (acrescidas das devidas revisões) [21]. De tal modo, esta obra será dividida em três partes ao longo de dois volumes, com o primeiro volume encerrando as duas primeiras partes. A primeira parte, então, se constituirá de uma exposição do sistema notacional presente na *Begriffsschrift* (símbolos e regras de inferência), acrescido da fundamental noção de *percurso de valores*, introduzida no *Grundlagen* a fim de caracterizar a identidade numérica, e que fora simbolizada de forma notacional no artigo “Função e Conceito” de 1891. Esta noção, com efeito, será essencial para o conjunto de axiomas que é veiculado ainda nesta primeira parte da obra (um conjunto menor do que aquele apresentado pela obra de 1879). A segunda e a terceira parte, na seqüência, consistirão de uma exposição das leis básicas dos números naturais e reais, respectivamente. O prefácio e a introdução desta obra, por fim, veicularão a motivação e os pressupostos filosóficos considerados por Frege no acabamento de seu sistema, e será sobre ambos que incidirá a análise aqui empreendida.

O início desta obra será marcado pela mesma advertência já efetuada por Frege em seu artigo “Função e Conceito”. Se neste artigo, naquilo que tange a definição regular de um objeto, ele considera que “temos aqui algo que, por sua simplicidade, não admite uma decomposição lógica” (FREGE 1997c, p. 18), no prefácio de seu *Grundgesetze* a mesma espécie de asseveração será dirigida à sua concepção de um método científico estrito próximo daquele desenvolvido por Euclides para a Geometria, seja este o método axiomático. Para ele, no interior de uma ciência que pressuponha semelhante método, “não pode ser esperado que tudo seja provado, porque isto é impossível; o que nós podemos esperar é que todas as proposições usadas sem a anuência de uma prova tenham este seu caráter explicitado, de modo que fique aparente sobre o quê toda a

construção está baseada” (1997g, p. VI). Afinal, mesmo se “um número cada vez maior de defensores está sendo conquistado pela opinião de que a Aritmética é um desenvolvimento expansivo da Lógica, de que uma fundamentação mais rigorosa das leis aritméticas as reduz a leis puramente lógicas, e a tais leis apenas” (1997c, p. 15), isto é, mesmo se o *projeto logicista* conquiste cada vez mais novos adeptos, deve ser considerado acerca desta perspectiva que “isto permanece em disputa há tanto tempo que as transições ocorridas nas provas não se encontram mais de acordo com as leis lógicas, mas aparecem fundamentadas por um conhecimento intuitivo. Apenas se estas transições forem analisadas como simples passos lógicos pode alguém ser convencido que nada diferente da Lógica repousa na base” (1997g, p. VII).

Se nada diferente da Lógica deve repousar na base da Aritmética, quais serão os componentes desta Lógica por ele considerada? Respeitando-se os seus recentes artigos, as noções de *conceito* (*uma função cujo valor é sempre um valor de verdade*) e *objeto* desempenharão um papel fundamental em todo o programa apresentado no *Grundgesetze*, pois será por seu intermédio que Frege aprimorará aquela definição de número oferecida há nove anos em seu *Grundlagen*. Da mesma maneira, serão extremamente caras ao seu sistema as noções de *sentido* e *referência*, as quais permitirão a Frege considerar de maneira mais apropriada o *conteúdo* de uma asserção, evoluindo aquelas teses expostas há tempos em sua *Begriffsschrift*. Sua notação simbólica também sofrerá algumas substituições (por exemplo, o sinal de identidade de conteúdo (\equiv) pelo sinal de igualdade ($=$)), bem como receberá alguns acréscimos (como o sinal que expressará o artigo definido da linguagem ordinária), possibilitando uma ampla reformulação de sua escrita conceitual. Esta reformulação permitirá a Frege reduzir o número de axiomas com relação à sua *Begriffsschrift* (de nove para seis, ressaltando-se a absoluta diferença dos componentes deste conjunto), e a ampliação do número de regras de inferência consideradas.

Destaque-se, ainda, a introdução dos sinais que designarão o percurso de valores de uma função na sua Lei Básica V [22]. Esta lei, por conseguinte, expressa que a identidade existente entre percursos de valores pode ser compreendida como uma generalização da igualdade. Com relação a esta tese, afirma ele que “a possibilidade de entender a generalização de uma igualdade entre valores de funções como uma igualdade, a saber, como uma igualdade entre percursos de valores, não pode ser demonstrada, mas deve ser considerada uma lei fundamental da Lógica” (1997c, p. 10). E será em virtude de sua definição de *número* em termos de *extensões de conceitos*, e da definição de *extensão conceitual* em termos de *percurso de valores*, que Maria Cordeiro afirmará que “o recurso a curso de valores é a mais importante das inovações introduzidas no *Grundgesetze*” (CORDEIRO 1975, p. 67). Por conta desta consideração é que afirmará Frege, quando da resposta à carta de Russell na qual este o comunicava dos paradoxos em que incorria a inclusão de semelhante axioma, que “parece, então, que transformar a generalização de uma igualdade em uma igualdade de curso de valores (§9 do meu *Grundgesetze*) não é sempre permitido, que minha Lei V (§20) é falsa, e que minhas explicações no §31 não são suficientes para assegurar que minhas combinações de sinais possuam um sentido em todos os casos. Devo refletir posteriormente no assunto. Tudo se torna mais sério uma vez que, com a perda de minha Lei V,

não somente os fundamentos da minha aritmética, mas também os fundamentos possíveis de toda aritmética parecem perecer” (FREGE *apud* RUSSELL 1967, p. 127).

Foram analisadas anteriormente as possíveis heranças conceituais presentes no sistema de Frege, polarizadas nas figuras de Aristóteles e de Kant. Estas referências nada mais expressariam do que concepções metafísicas de matrizes realistas, em face de um idealismo transcendental, respectivamente. Na argumentação aqui empreendida, a cada uma destas influências foi identificada uma obra específica, ainda que fosse possível encontrar argumentos de ambas as tendências em cada obra particular, de modo que se tornasse clara a possibilidade de uma ambivalência filosófica circundando o projeto fregeano. Esta ambivalência, contudo, necessita de uma resolução para que o seu legado se efetive. E a resolução será oferecida pelo próprio Frege em seu prefácio, quando em uma longa passagem afirma que

“o que é crucial para o tratamento da ciência da lógica é a concepção das leis lógicas, a qual, por sua vez, se conectará com a maneira pela qual a palavra ‘verdade’ é compreendida. Que as leis lógicas devam ser princípios norteadores para o pensamento no estabelecimento da verdade é geralmente admitido de saída; mas isto é facilmente esquecido. A ambigüidade [*Doppelsinn*] da palavra ‘lei’ é crucial aqui. Por um lado, ela sustenta *o que é*, enquanto que por outro, ela prescreve *o que deve ser*. Apenas no último sentido podem as leis lógicas serem consideradas leis do pensamento, fundamentando como alguém deve pensar. Qualquer lei que sustenta *o que é* [de fato] pode ser concebida como prescrevendo que o pensamento se dá de acordo com ela, e, desta forma, é neste sentido que é uma lei do pensamento” (FREGE 1997g, p. XV).

E deste modo, as leis lógicas “apenas merecem o nome de ‘leis do pensamento’ com propriedade se por elas forem expressas uma sinonímia com aquelas leis mais gerais, as quais prescrevem universalmente como alguém deve pensar de modo absoluto” (*idem*).

Muitas são as abordagens possíveis acerca desta obra de Frege, seja privilegiando seus aspectos formais ou as suas distinções conceituais, assim como são muitas as interpretações reivindicadas para a obra deste filósofo alemão. Ao se intitular semelhante trabalho monográfico como *Heranças Conceituais no Pensamento de Gottlob Frege*, contudo, esta simples e breve abordagem é a melhor maneira de tratá-la, apresentando o caráter decisivo de seu pensamento, qual seja, suas afirmações acerca do caráter *prescritivo* da verdade lógica.

V – Conclusão

É um fato amplamente conhecido o resultado do projeto desenvolvido por Frege: a descoberta do paradoxo das classes proveniente da lei básica número cinco por Bertrand Russell às vésperas da publicação do segundo volume do *Grundgesetze*. A tentativa de resolução deste paradoxo por parte de Frege é imediata, porém, seus esforços não conseguem satisfazer a questão, de modo que sua honestidade intelectual prevalece e faz com que ele comunique, ao

final do segundo volume, a existência deste paradoxo, acrescida de uma fracassada tentativa de resolução. Russell, rememorando este período, afirma que

“quando penso em atos de grandeza e de integridade, apercebo-me que não conheço nenhum comparável à dedicação de Frege à verdade. Encontrava-se ele a um passo de completar a obra da sua vida, a maioria dos seus trabalhos fora ignorada em proveito de homens infinitamente menos competentes, seu segundo volume estava prestes a aparecer e, ao ter conhecimento que seu pressuposto fundamental era errôneo, reagiu com prazer intelectual, reprimindo todo sentimento de decepção pessoal. Era algo quase que sobre-humano e um indicador daquilo de que os homens são capazes quando se dedicam ao trabalho criador e ao conhecimento, ao invés do rude afã de dominarem e tornarem-se famosos” (RUSSELL 1967, p. 127).

O fracasso do projeto logicista, contudo, não descaracterizou a trajetória de seu empreendimento. Também Platão, a partir de seu *Parmênides*, teve de se confrontar com paradoxos oriundos da noção de *participação*, fundamental para a sua Teoria das Formas, e mesmo Kant deixou muitas questões abertas na tentativa de reconciliar, com o auxílio da terceira crítica, a experiência apartada pelas duas precedentes. Com a dignidade de um grande filósofo, Frege desenvolveu sua teoria de modo a ultrapassar os seus próprios limites, até o momento em que a possibilidade de derivação de paradoxos se apresentou à mesma. Se o resultado deste projeto se apresenta negativo, as distinções conceituais apresentadas ao longo de sua composição, bem como seus processos e percursos argumentativos, não o são. De tal modo que, ao longo desta jornada intelectual, se salvaguardarão os *traços* presentes em seu *estilo*. Repousando este “sobre a fundação a mais profunda do conhecimento, sobre a essência das coisas, na medida em que é permitido conhecer a essência em formas visíveis e apreensíveis” (GOETHE 2005, p. 65), às quais, para Frege, como para muitos outros anteriores e posteriores a ele, se coadunarão com as próprias Formas Lógicas.

Referências:

- [1] Escrita por Lothar Kreiser e intitulada *Gottlob Frege: Leben – Werk – Zeit*.
- [2] “Uma disputa pode surgir aqui, até onde posso ver, apenas com relação à minha lei fundamental que concerne sobre os percursos de valores (V), a qual, talvez, ainda não tenha sido expressamente formulada pelos lógicos, embora se a tenha em mente quando, por exemplo, se fala acerca de extensões de conceitos” (FREGE 1997g, p. 195).
- [3] *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*.
- [4] Paginação original oferecida pela edição de Michael Beaney.
- [5] “A maior publicação de Frege representa três estágios no projeto que o ocupou durante toda a sua vida. Subseqüentemente denominado de *logicismo*, este projeto almejava demonstrar que *as leis da aritmética são analíticas e conseqüentemente a priori*, ou, em sua madura terminologia, que *a aritmética é uma parte da lógica e não precisa corroborar nenhum fundamento ou prova com dados da experiência ou da intuição*” (SULLIVAN 2004, p. 660).

[6] Deixe-se claro que esta é a opinião de Peter Sullivan; outros pensadores elegerão outros filósofos como os mais importantes predecessores e sucessores de Frege, por exemplo, Hegel ou Russell etc.

[7] São eles, com efeito, em notação moderna:

1. $(a \rightarrow (b \rightarrow a))$;
2. $(c \rightarrow (b \rightarrow a)) \rightarrow ((c \rightarrow b) \rightarrow (c \rightarrow a))$;
3. $(d \rightarrow (b \rightarrow a)) \rightarrow (b \rightarrow (d \rightarrow a))$;
4. $(b \rightarrow a) \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg b)$;
5. $(\neg \neg a \rightarrow a)$;
6. $(a \rightarrow \neg \neg a)$;
7. $c \equiv d \rightarrow (f(c) \rightarrow f(d))$;
8. $c \equiv c$;
9. $\forall a f(a) \rightarrow f(c)$.

[8] *Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl.*

[9] Problema que já se encontra presente na *Begriffsschrift* (quando a identidade foi introduzida como um de seus operadores), e que, deve-se ressaltar, iniciará o mais famoso artigo de Frege “Sobre o Sentido e a Referência”.

[10] Na tradução efetuada por J. L. Austin (1953) esta seção intitula-se *para obter o conceito de um número, deve-se estabelecer o sentido de uma identidade numérica*. A tradução de Beaney (1997b), por sua vez, se refere à *equação*, e não *identidade*, noção também empregada por Luis Henrique dos Santos (1974) quando de sua tradução ao português. O termo utilizado por Frege no texto original é *Zahlengleichung*, o qual corresponde integralmente à tradução que dele foi feita por Austin, e apenas parcialmente às noções utilizadas por Beaney e Luis Henrique dos Santos, pois apenas em uma significação estrita compreende-se uma equação como uma identidade numérica.

[11] Com efeito, a *Lógica Transcendental* divide-se em uma *Analítica Transcendental* e numa *Dialética Transcendental*. Aquela, por sua vez, subdivide-se em uma *Analítica dos Conceitos* e em uma *Analítica dos Princípios*. Todo o tratamento ulterior aqui trabalhado encontra-se, deste modo, alojado na *Analítica dos Conceitos*. Acerca da distinção estabelecida por Kant entre a *Lógica Geral* e a *Lógica Transcendental* faz-se interessante a consulta, além da introdução a esta seção da *Crítica da Razão Pura*, o artigo de Mary Tiles intitulado “Kant: from general to transcendental logic” (in GABBAY & WOODS 2004b).

[12] Tal é, por exemplo, a concepção de Oswaldo Chateaubriand, quando afirma que “tanto o “Função e Conceito” quanto o “Sobre o Conceito e o Objeto” contêm referências ao “Sobre o Sentido e a Referência”, bem como utilizam os mesmos conceitos delineados neste” (2001, p. 291 [Nt. 17]).

[13] Noção que se aproximará da concepção de número enunciada por Frege no *Grundlagen*, entendido como a igualdade de referência da extensão do conceito F e do conceito G, isto é, o fato de o conceito F ser *equinúmero* ao conceito G.

[14] Com relação a esta conexão existente entre um sinal, seu sentido e sua referência, Frege acredita que as variações de sentido possuídas por uma referência “devem ser evitadas na estrutura teórica de uma ciência demonstrativa, e não devem ter lugar numa linguagem perfeita”

(*idem*, Nt. B).

[15] Um nome próprio, para Frege, consistirá na forma de se designar um objeto.

[16] Tese já veiculada no *Grundlagen*, e atribuída a Leibniz, quando é afirmado que “*Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate* [são iguais as coisas que, salvo a verdade, podem ser substituídas uma pela outra]” (FREGE 1997b, p. 76 (§65)).

[17] Para uma discussão detalhada acerca desta tese, bem como a oferta de uma solução ao problema por ela suscitado, confrontar com o capítulo “Arguments for Frege’s thesis”, de Oswaldo Chateaubriand (2001).

[18] Este, com efeito, publicara oito artigos intitulados “Sobre a Intuição e sua Elaboração Física”, em alguns dos quais as concepções de Frege, em especial a distinção entre conceito e objeto, são criticadas.

[19] “No meu modo de falar, uma coisa pode ser simultaneamente uma propriedade e uma nota, mas não da mesma coisa. [...] Se o objeto X tem as propriedades A, B e C, então posso combiná-las em P, de modo que seja a mesma coisa dizer que X tem a propriedade P ou dizer que X tem as propriedades A, B e C. Chamo, pois, A, B e C de notas do conceito P e, simultaneamente, de propriedades de X” (FREGE 1997f, p. 201).

[20] *Grundgesetze der Arithmetik*.

[21] Segundo Oswaldo Chateaubriand, “a tentativa de Frege de combinar nas suas *Leis Básicas da Aritmética* as suas novas concepções de sentido, referência, e valores de verdade, com a sua antiga doutrina contextual, especialmente a doutrina concernente à “introdução” de objetos lógicos de maneira a ampliar a versão de identidade do princípio do contexto, teve conseqüências desastrosas mesmo independentemente dos paradoxos” (2001, p. 274).

[22] Já apresentados de forma notacional no artigo “Função e Conceito”, e de maneira conceitual no *Grundlagen*.

Bibliografia:

ALCOFORADO, P. 1978: “Introdução”. In FREGE 1978. Pp. 9-32.

BEANEY, M. (Ed.) 1997: *The Frege Reader*. Oxford, Blackwell Publishing.

CHATEAUBRIAND, O. 2001: *Logical Forms. Truth and Description*. Parte 1. Campinas, Coleção CLE.

COPLESTON, F. (S.j.) 1993: *A History of Philosophy. Greece and Rome*. Vol. 1. New York, Image Books.

CORDEIRO, M. 1974: *A Begriffsschrift de Frege – uma visão evolutiva*. Orientador: Paulo Alcoforado. Dissertação de Mestrado – PUC-Rio.

- DUMMETT, M. 1973: *Frege: Philosophy of Language*. New York, Harper & Row.
- FREGE, G. 1953: *The Foundations of Arithmetic*. Trad. J. L. Austin. New York, Harper & Brothers.
- _____ 1967: *Begriffsschrift*. In VAN HEIJENOORT (Ed.) 1967. Pp. 1-82.
- _____ 1974: *Os Fundamentos da Aritmética*. Trad. Luis Henrique dos Santos. Coleção Os Pensadores. São Paulo, Ed. Abril Cultural.
- _____ 1978: *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. Paulo Alcoforado. São Paulo, Ed. Cultrix.
- _____ 1978a: “Função e Conceito”. In FREGE 1978. Pp. 33-57.
- _____ 1978b: “Sobre o Sentido e Referência”. In FREGE 1978. Pp. 59-86.
- _____ 1978c: “Sobre o Conceito e o Objeto”. In FREGE 1978. Pp. 87-103.
- _____ 1978d: “Digressões Sobre o Sentido e a Referência”. In FREGE 1978. Pp. 105- 116.
- _____ 1978e: “Sobre a Finalidade da Ideografia”. In FREGE 1978. Pp. 139-152.
- _____ 1997a: *Begriffsschrift* (1879). Trad. M. Beaney. In BEANEY 1997. Pp. 47-78.
- _____ 1997b: *The Foundations of Arithmetic* (1884). Trad. M. Beaney. In BEANEY 1997. Pp. 84-129.
- _____ 1997c: “Function and Concept” (1891). Trad. P. Geach. In BEANEY 1997. Pp. 130-148.
- _____ 1997d: “On *Sinn* and *Bedeutung*” (1892). Trad. M. Black. In BEANEY 1997. Pp. 151-171.
- _____ 1997e: “Comments On *Sinn* and *Bedeutung*” (1892). Trad. P. Long & R. White. In BEANEY 1997. Pp. 172-180.
- _____ 1997f: “On Concept and Object” (1892). Trad. P. Geach. In BEANEY 1997. Pp. 181-193.
- _____ 1997g: *Grundgesetze der Arithmetik*, Volume 1 (1893). M. Beaney. In BEANEY 1997. Pp. 194-223.
- GABBAY, D. & WOODS, J. 2004b: *Handbook of the History of Logic. The Rise of Modern Logic – From Leibniz to Frege*. Vol. 3. Amsterdam, Elsevir.
- GOETHE 2005: “Imitação simples da natureza, maneira, estilo” (1789). Trad. M. A. Werle.

KANT, I. 2001: *Crítica da Razão Pura*. Trad. Manuela Pinto dos Santos & Alexandre Fradique Morujão. Lisboa, Fundação Calouste Gulbekian.

_____. 2003: *Manual dos Cursos de Lógica Geral*. Trad. Fausto Castilho. Campinas, Ed. UNICAMP.

KNEALE, W. & KNEALE, M. 1980: *O Desenvolvimento da Lógica*. Trad. M. S. Lourenço. Lisboa, Fundação Calouste Gulbekian.

RUSSELL, B. 1967: "Gottlob Frege – Letter to Russell". In VAN HEIJENOORT 1967. Pp. 126-128.

SULLIVAN, P. 2004: "Frege's Logic". In GABBAY & WOODS 2004. Pp. 659-750.

VAN HEIJENOORT, J. (Ed.) 1967: *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic*. Cambridge, Harvard University Press.

_____: "Gottlob Frege". In VAN HEIJENOORT 1967. Pp. 1-3.