

# ELEMENTOS FINITOS APLICADOS ÀS CASCAS AXISSIMÉTRICAS

**Aluno: Marcos Paulo Faria Lima Barreto**

**Orientador: Carlos Alberto Almeida**

## Introdução

Estudou-se o comportamento de cascas axissimétricas sob carregamentos de pressão e diversas formas de condições de contorno, utilizando como solução o método dos elementos finitos. O modelo utiliza funções preditivas para o deslocamento em cada elemento descrevendo os deslocamentos radiais e axiais dos pontos da casca. A partir destes obtêm-se as tensões presentes no elemento. Representações gráficas das tensões são apresentadas a partir de soluções em ambiente Matlab.

## Objetivo

Desenvolver um programa em linguagem C para simular o problema de vasos de pressão de paredes finas e espessas sem a necessidade de fazer tratamentos diferentes a estes e admitir diversas condições de contorno e forçamentos.

## Metodologia

Construiu-se um programa em linguagem C para realizar os cálculos do problema de análise de tensões e deslocamentos de um vaso de pressão cuja geometria é simétrica com relação a um eixo.

Utilizando o método dos elementos finitos [2], considerou-se a partição do contínuo em pequenos elementos de geometria simples, neste caso casca com simetria axial, nos quais são impostas condições de compatibilidade e equilíbrio para obterem-se as funções que descrevem as variáveis desejadas. Usualmente, no caso estrutural, utiliza-se um conjunto de funções para descrever os deslocamentos no interior de cada elemento a partir de graus de liberdade nodais (funções de forma convencionais). Este método pode ser empregado em estruturas unidimensionais, bidimensionais (caso presente) e tridimensionais.

Neste caso de estruturas com elementos cuja geometria é uma casca axissimétrica (ex.: cilindros, esferas), admite-se que o deslocamento longitudinal em um elemento é dado por uma função cúbica e o radial é dado por uma combinação linear entre a solução analítica para o caso de vasos esféricos e cilíndricos [1]. São usadas duas variáveis locais para parametrização do espaço dos elementos. Os elementos podem ser distribuídos de acordo com a necessidade do usuário podendo concentrá-los nos pontos cuja variação dos deslocamentos seja maior.

São admitidos forçamentos em forma de pressão interna e externa além de tração ou compressão da direção axial. A pressão pode ser distribuída de forma linear em cada elemento permitindo assim a descrição de qualquer função que possa ser aproximada linearmente em trechos.

O método de solução utilizado é o método de minimização da energia mecânica do sistema. Com esta descrição demonstra-se [1] que se considerado em estado de deformação linear o problema se torna um sistema linear cujas variáveis são as que descrevem os deslocamentos dos nós. Portanto as dificuldades estão nos cálculos da matriz de rigidez e do vetor de forçamentos. Estes segundo demonstrações em [2] são obtidos a partir de integrações

que no caso do programa são avaliadas de forma numericamente empregando-se a quadratura de Gauss.

Para imporem-se condições de continuidade das derivadas e de fixação das faces engastadas, que não estão previstas na modelagem básica, utiliza-se o método das penalidades. Logo estas são impostas como restrições do espaço de otimização.

O programa possui uma interface para fácil utilização, de forma que este permite a análise de uma vasta quantidade de casos, possibilitando o ajuste da malha de elementos facilmente.

## **Resultados**

Respostas do modelo numérico são comparadas com os resultados obtidos de soluções analíticas para casos típicos estruturais, averiguando-se as condições de tensões e deslocamentos em pontos da estrutura cujos resultados verificam as condições de contorno.

A apresentação gráfica dos resultados é apresentada em ambiente Matlab que possibilita a comparação de resultados de tensões e deslocamentos para diversos casos, simultaneamente, nas direções longitudinal e radial.

Nos casos em que a solução analítica é disponível os resultados numéricos obtidos comparam-se adequadamente aos analíticos. Naquele com restrição em apenas em uma das extremidades e sob pressão constante, os resultados convergem empregando-se modelos com um numero pequeno de elementos. Nas análises mais complexas, com condições de contorno de fixação nas duas extremidades, o numero necessário de elementos para a convergência da solução é maior. A convergência monotônica da solução foi verificada.

Observa-se também, o efeito de Saint-Venant da interação que ocorre nos casos onde o comprimento da casca é pequeno relativamente ao seu raio. Neste, os efeitos das condições de fixação das extremidades passam a influenciar a solução no centro da casca.

## **Conclusões**

Da implementação e de testes realizados, através de um programa de elementos finitos, verifica-se que a análise estrutural de cascas com espessuras que caracterizam serem finas ou espessas pode ser tratado numericamente de forma unificada, possibilitando fácil comparação entre casos. Este programa possui uma interface gráfica que permite o tratamento de várias análises numéricas simultaneamente. Esta característica é especificamente importante na avaliação da convergência das soluções, para discretizações crescentes da estrutura (convergência monotônica)

## **Referências**

- 1 - Espinoza, Harry G. S. **Formulação de Cascas Espessas Axissimétricas Utilizando Elementos Finitos Enriquecidos**. PUC-Rio, Departamento de Engenharia Mecânica, Dissertação de Mestrado, 2004, 107p.
- 2 - Bathe, Klaus-Jürgen. **Finite Element Procedures**, Prentice Hall, 1996. 1037p.