

SISTEMAS DINÂMICOS UNIDIMENSIONAIS ELEMENTARES

Aluno: Pedro Chaves Meurer Moreira
Orientador: Flavio Erthal Abdenur

Introdução

Esse projeto visa estudar a dinâmica de um ponto utilizando a aplicação expansora de grau 3 (T_3) de S_1 nele mesmo, em que S_1 é o círculo de comprimento unitário.

Para isso, algumas técnicas elementares de análise de funções de uma variável nos foram apresentadas ao longo de um ano de iniciação científica.

Objetivos

Definir um conjunto de Cantor e suas propriedades; Verificar a existência de um ponto p cujo fecho da órbita futura por T_3 é o conjunto de Cantor ternário e mostrar quem é esse ponto; Saber dizer quantas iterações são necessárias para que a imagem futura de p esteja razoavelmente próxima de um ponto de Cantor qualquer.

Metodologia

Cobrimos o conteúdo de um livro de sistemas dinâmicos ao longo de um ano, tendo reuniões semanais para discutir o que foi visto, tirar dúvidas e até propor algumas mudanças em eventuais demonstrações do livro que seguimos.

A cada semana liamos um capítulo dele, acompanhávamos as demonstrações, anotávamos dúvidas e fazíamos os exercícios propostos. Com isso, além de treinar nossa habilidade com demonstrações e rever conceitos do tema, sempre acabávamos aprendendo algo além do que era proposto, mesmo que não profundamente.

Ao final de abril foi, quando já finalizamos o livro, eu e mais um colega começamos a trabalhar com o projeto em si. Nos reuníamos uma vez por semana para trocarmos ideias e escrever o projeto.

Descobrimos que existem vários conjuntos de Cantor (e não só o ternário, que estudamos no curso de análise); Tivemos que entender bem o que é dinâmica simbólica, um conceito completamente novo que a princípio não é de muita utilidade mas que, com o tempo, se mostra essencial no estudo da dinâmica; Tivemos que definir uma métrica para poder falar de aproximações de pontos; Achamos um ponto p , cujo o fecho da órbita futura por T_3 é o conjunto de Cantor; e criamos um pequeno algoritmo que nos permite dizer quantas iterações são necessárias para que a imagem futura de p se aproxime (o quanto se queira) de um ponto qualquer de Cantor

Conclusões

O estudo teórico que fizemos por quase um ano nos permitiu uma grande compreensão do comportamento das aplicações no círculo. Aprendemos a lidar bem com a dinâmica simbólica. No projeto em si, nos aprofundamos no estudo de T_3 , descobrimos que o ponto desejado existe; o determinamos e mostramos sua dinâmica, finalizando assim o projeto.

Referências

1 - ABDENUR, Flavio; FRANÇA, Luiz Felipe Nobili. Hiperbolicidade, Estabilidade e Caos em Dimensão Um. **Publicações Matemáticas**, Rio de Janeiro 2007.