

ALGUMAS PROPRIEDADES DAS CURVAS CONVEXAS DO PLANO

Aluno: Paula Mauricio Nunes
Orientador: Henri Nicolas Anciaux

Introdução

Nos dias atuais, a matemática faz-se presente em todos os lugares. Ao colocar uma moeda para telefonar ou conseguir balas ninguém pára pra pensar em todo o processo que decorre desde a entrada da moeda até a saída do objeto desejado. Além dos aparelhos que utilizam o peso para diferenciação das moedas, muitos utilizam a forma, como um meio de evitar fraudes. Para análise das formas é de suma importância a análise da curvatura das moedas. Assim sendo o nosso estudo além de grande importância para o desenvolvimento da matemática também possui aplicações práticas.

Objetivo

Esse trabalho objetiva analisar a curvatura das curvas e suas propriedades dando ênfase às curvas de largura constante demonstrando que, além do círculo, existem inúmeras outras curvas de largura constante que possuem propriedades muito interessantes.

Todo o estudo abrange apenas curvas convexas e, por essa razão, as propriedades demonstradas só são válidas para este tipo de curva.

Metodologia

Para construção de uma base de referências foram lidos e demonstrados os teoremas principais das propriedades das curvas. Procurou-se ao máximo entender os conceitos fundamentais que tratam da curvatura.

Antes de tudo foi preciso conhecer algumas definições básicas como o que é: curva regular, curva convexa, comprimento de arco, largura, diâmetro e curvatura de uma curva. Depois foi feito um estudo de algumas proposições clássicas como o teorema de Euler (a derivada anula-se em um ponto extremo interior), o teorema de Jordan (uma curva simples e fechada define uma região) e a desigualdade isoperimétrica (a área compreendida por uma curva é sempre maior que zero e menor ou igual a $L^2/4\pi$, onde L denota o comprimento da curva).

Com esses conceitos fixados, foi feita uma revisão da análise de Fourier básica como:

- h 2π periódica $h(t) = \text{somatório}(c_n e^{int})$
- relação entre $\text{somatório}(c_n e^{int})$ e $\text{somatório}(a_n \sin(nt) + b_n \cos(nt))$
- relação com a derivada $inc_n e^{int}$

E uma parametrização especial de curvas estritamente convexas foi criada:

Também criou-se uma nova demonstração da desigualdade isoperimétrica (no caso das curvas convexas)

Por fim foram analisadas as curvas de largura constante e provada a lista abaixo:

- Proposição: O diâmetro é igual a largura máxima
- Corolário: Se a largura é constante, ela é igual ao diâmetro.
- Teorema: Se uma curva tem largura constante, as curvas paralelas também têm.

- Teorema: Se a largura é constante o comprimento é igual a $2\pi w$
E para finalizar obteve-se alguns exemplos de curvas de largura constante com parametrização singular.

Resultados obtidos

Essa pesquisa além de demonstrar teoremas já conhecidos e unir conceitos distintos, facilitando o estudo dessas curvas, consegue propor uma nova demonstração para a desigualdade isoperimétrica no caso de curvas convexas.

Conclusão

Com essa pesquisa ficará mais fácil de adquirir todo o conhecimento básico necessário para se fazer uma análise mais profunda da curvatura das curvas e suas propriedades. Ela pode ser o começo de muitas pesquisas nessa área.

O trabalho contou com a colaboração de Rodrigo