

# DINÂMICA DA TRANSFORMAÇÃO DE GAUSS

**Aluno: Juliana Arcoverde**

**Orientador: Lorenzo Díaz**

## Introdução

O tema proposto nessa iniciação científica é o de Dinâmica Aritmética. Dentro dessa ampla área, procurou-se compreender melhor os Sistemas Dinâmicos. A abordagem para esta compreensão foi inteiramente baseada no livro “Uma introdução aos sistemas dinâmicos via frações contínuas” [1] que, como sugere o título, propõe o entendimento do tema através de frações contínuas. Destaca-se a importância da Transformação de Gauss e de suas inúmeras propriedades e aplicações para a compreensão de todo o estudo. Sendo assim, o presente seminário terá como tema a Dinâmica da Transformação de Gauss.

## Objetivos

Estudar as características e os principais aspectos da Transformação de Gauss destacando suas diferentes propriedades, como as topológicas e ergódicas e sua dinâmica. É importante também ressaltar suas utilizações como, por exemplo, na expansão em frações contínuas de números reais.

## Metodologia

Como anteriormente mencionado, o estudo foi baseado no livro “Uma introdução aos sistemas dinâmicos via frações contínuas” [1] e, portanto, segue a metodologia por ele proposta.

É importante ressaltar que este livro surgiu a partir do convite feito pela organização do 26º Colóquio Brasileiro de Matemática e, portanto, tem uma interface bastante acadêmica. Como ainda não tenho profundos conhecimentos matemáticos e, na época em que iniciei o projeto, não havia noções prévias de análise, foi fundamental para a compreensão de alguns conceitos deste livro a ajuda do orientador Lorenzo Díaz, bem como inúmeras pesquisas em outros livros.

Seguindo a orientação por ele proposta, então, começou-se o estudo procurando entender a lógica das expansões em frações contínuas, ressaltando as diferenças entre os casos de números racionais e irracionais e introduzindo a Transformação de Gauss. Destacou-se a importância do estudo dos quocientes e convergentes de um número real. O processo foi exemplificado com dois casos bastante importantes: o número de ouro e o número de Euler, ressaltando suas singularidades.

Em uma segunda etapa, analisaram-se boas aproximações por convergentes, destacando como a seqüência de números racionais dos convergentes de um número  $x$  se aproxima dele. Nesta etapa foi importante ressaltar novamente as diferenças quando  $x$  é um número racional ou irracional.

Continuou-se o estudo analisando números algébricos e suas singularidades. O Teorema de Liouville e suas inferências foram bastante importantes. A medida de Lebesgue também foi estudada e utilizada. Abordaram-se também algumas noções de análise, como conjuntos densos e residuais, importantes para o próximo passo da pesquisa: a dinâmica da Transformação de Gauss.

Foram estudadas as propriedades topológicas e ergódicas da Transformação de Gauss, o que possibilitou a compreensão de uma série de proposições como, por exemplo, a que afirma que essa transformação é topologicamente misturadora. Foram estudadas também outras expansões, como as *n-árias* e as  $\beta$ .

Por fim, foi feita uma análise mais detalhada da dinâmica da transformação de Gauss, destacando seu itinerário.

### **Conclusões**

O estudo preciso de frações contínuas e dos inúmeros teoremas, conceitos e propriedades a ele interligados permitiu uma maior compreensão dos Sistemas Dinâmicos. Nesse contexto, foi possível entender algumas noções básicas desse campo, como a hiperbolicidade, a transitividade e a ergodicidade.

A análise detalhada da Transformação de Gauss e de suas inúmeras implicações foi fundamental para o entendimento do assunto. Foi apenas através da verificação de algumas importantes propriedades da transformação que foi feito um estudo mais detalhado das noções de sistemas dinâmicos. Sendo assim, pode-se qualificar o estudo da Transformação de Gauss como uma ferramenta fundamental para o processo.

### **Referências**

1 – DÍAZ, Lorenzo J. ; JORGE, Danielle de Rezende. **Uma introdução aos Sistemas Dinâmicos via Frações Contínuas**. 26º Colóquio Brasileiro de Matemática. IMPA, 2007. 211 p.