

SISTEMAS DINÂMICOS UNIDIMENSIONAIS ELEMENTARES

Aluno: Felipe de Albuquerque Mello Pereira
Orientador: Flavio Erthal Abdenur

Introdução

Estudamos técnicas elementares de análise de funções de uma variável e aplicamos estas técnicas para estudar a dinâmica de alguns sistemas dinâmicos unidimensionais.

Objetivos

Estudar exemplos básicos de sistemas dinâmicos no círculo. Estes exemplos podem incluir as rotações do círculo, as transformações expansoras, e os difeomorfismos de Morse-Smale. Examinar propriedades dinâmicas tais como transitividade, existência de pontos periódicos, e caos. Ao fim, criamos um programa de computador que exhibe aplicações no círculo em que podemos ver várias dinâmicas distintas.

Metodologia

Cobrimos o conteúdo indicado acima ao longo de um ano, tendo reuniões semanalmente para discutir o que foi visto, tirar dúvidas e até propor algumas mudanças em eventuais demonstrações do livro que seguimos.

A cada semana líamos um capítulo dele, acompanhávamos as demonstrações, anotávamos dúvidas e fazíamos os exercícios propostos. Com isso, além de treinar nossa habilidade com demonstrações e rever conceitos do tema, sempre acabávamos aprendendo algo além do que era proposto, mesmo que não profundamente.

Ao fim de abril, quando esgotamos o livro, meus dois colegas estudaram uma aplicação no círculo em que a órbita futura de um certo ponto (que eles encontraram) é um conjunto de Cantor. Ao mesmo tempo, eu desenvolvi um software para exhibir aplicações no círculo, com o qual podemos enxergar pontos fixos, periódicos, eventualmente periódicos, a instabilidade das rotações, difeomorfismos de Morse-Smale e seus pontos hiperbólicos, as transformações expansoras, pontos com órbitas densas e muito mais.

Conclusões

O estudo teórico que fizemos por quase um ano nos permitiu uma grande compreensão do comportamento das aplicações no círculo, principalmente sobre o ponto de vista da estabilidade/hiperbolicidade da aplicação. Com o software que geramos podemos ver exemplos concretos do que acontece com várias aplicações utilizando centenas ou até milhares de pontos, desde que sempre tomando cuidado com as aproximações numéricas feitas no processo.

Referências

1 - ABDENUR, Flavio; FRANÇA, Luiz Felipe Nobili. Hiperbolicidade, Estabilidade e Caos em Dimensão Um. **Publicações Matemáticas**, Rio de Janeiro 2007.