

# **ESTIMAÇÃO DE MODELOS EM ESPAÇO DE ESTADO NÃO-LINEARES / NÃO-GAUSSIANOS VIA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO SEQUENCIAL**

**Aluno: Guilherme Fernandes Sanches**  
**Orientador: Cristiano A. C. Fernandes**

## **Introdução**

O presente trabalho trata da estimação de modelos em espaço de estado, com especial destaque aos não-lineares / não-Gaussianos. Os modelos em espaço de estado são conhecidos na literatura de séries temporais por tratarem as observações como função de componentes não-observáveis (estado), como tendência, sazonalidade e volatilidade. Tal assunto é de extrema relevância para estudantes e pesquisadores das áreas de estatística, econometria e qualquer outro ramo de pesquisa interessado na análise e previsão de séries temporais.

## **Objetivos**

Nosso objetivo foi estudar uma metodologia de estimação de modelos em espaço de estado que se aplique a modelos não-lineares / não-Gaussianos. Para tais modelos, não é possível utilizar o Filtro de Kalman, método de estimação largamente utilizado para modelos em espaço de estado lineares Gaussianos. Para modelos não-lineares Gaussianos, como uma primeira aproximação, pode-se aplicar o Filtro de Kalman Estendido (FKE). No entanto, verifica-se, entre outras deficiências, que esse método de estimação produz estimadores viesados para o estado. Com o objetivo de sanar estes problemas do FKE estudamos e implementamos uma metodologia baseada em simulação Monte Carlo, denominada de “Amostragem por Importância”, a qual se aplica a modelos não-lineares / não-Gaussianos, produzindo estimadores assintoticamente não-viesados e consistentes. O Filtro de “Amostragem por Importância” também é chamado de Filtro IS, onde IS significa “Importance Sampling”.

## **Metodologia**

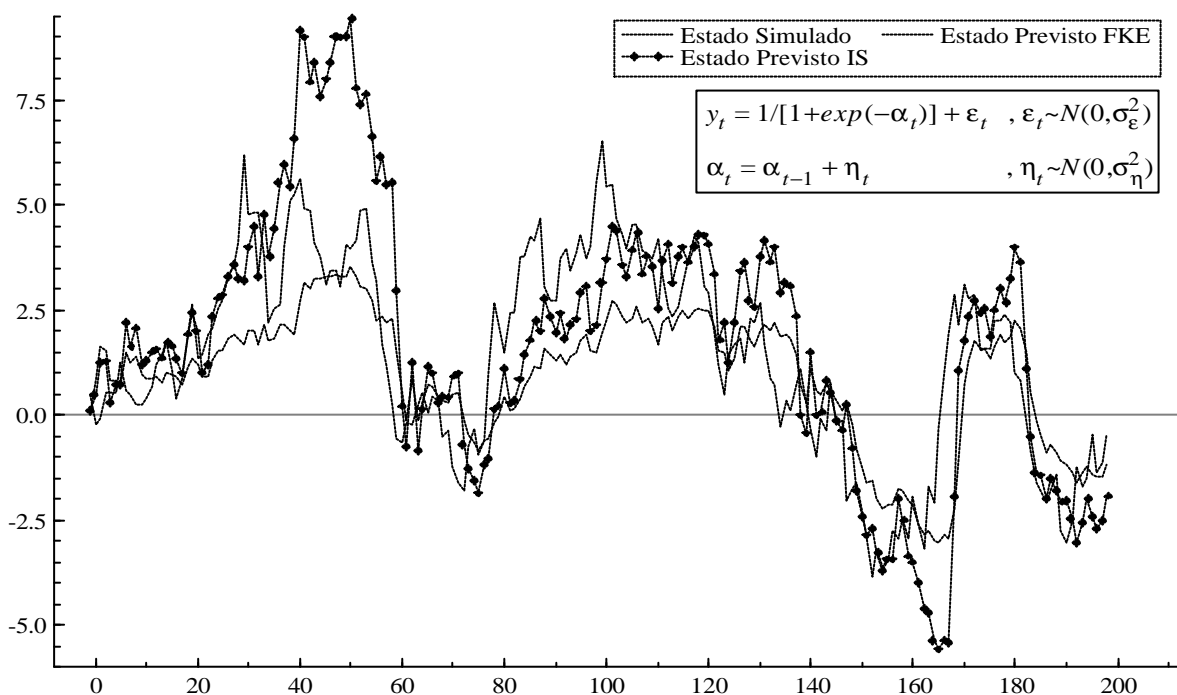
Inicialmente, foi implementada, na linguagem de programação *Ox*, uma rotina de estimação de modelos lineares Gaussianos através da metodologia do Filtro de Kalman. Foi gerada, através de simulação, série temporais como realização de um processo estocástico muito útil para a descrição de séries macroeconômicas, denominado de “modelo de tendência linear local”. Os resultados da estimação do modelos a partir da série gerada com o mesmo modelo foram satisfatórios. A maximização numérica da função de verossimilhança respondeu bem a diferentes valores iniciais e a diferentes parâmetros populacionais utilizados na simulação do estado.

Em seguida, foi estudada a implementação de uma rotina de estimação para modelos ainda Gaussianos, porém não-lineares. Para tal, foi utilizado o Filtro de Kalman Estendido, com aproximações de 1ª ordem para as funções não-lineares nas equações da medida e do estado. Graficamente, a estimação do estado pelo Filtro de Kalman Estendido (FKE) não parece muito boa, o que é de se esperar, dado o caráter aproximativo desta metodologia.

O destaque deste trabalho está na estimação bem-sucedida de modelos em espaço de estado não-lineares através da metodologia de “Amostragem por Importância”. Nesta abordagem as densidades condicionais do estado, a densidade preditiva das observações e os

respectivos momentos destas densidades são estimados por algoritmos que utilizam simulação de Monte Carlo para resolver numericamente as integrais associadas aos cálculos destas densidades e momentos. Uma particular dificuldade ao se estimar tais modelos é a ausência de uma função de máxima verossimilhança analítica. Desta forma se faz necessário um otimizador numérico que forneça os parâmetros maximizadores da função de verossimilhança. Neste trabalho utilizamos o método de maximização de “Quasi-Newton”. A otimização numérica revelou-se estável para diferentes valores iniciais e para diferentes parâmetros populacionais utilizados na geração do estado.

A figura abaixo mostra uma comparação entre o estado simulado a partir de um modelo não-linear pré-especificado, o estado previsto pelo Filtro de Kalman Estendido e o estado previsto pelo Filtro IS. Nas três simulações foi utilizada uma amostra de tamanho  $n=200$  para a variável observável  $y$  e, no filtro IS, foram geradas 200 partículas do estado na Simulação de Monte Carlo.



## Conclusões

A técnica de “Amostragem por Importância” permite a estimação de uma série de modelos em espaço de estado não-lineares / não-Gaussianos com os quais pesquisadores das áreas de econometria e estatística se deparam constantemente. Um exemplo interessante da aplicação do Filtro IS é a estimação de modelos de volatilidade estocástica, estudados nos campos da Economia Financeira e da Matemática Financeira. Tais modelos são, essencialmente, não-lineares e, em sua maioria, não-Gaussianos.

## Referências

- 1 - Durbin, J. and Koopman, S. J. **Time Series Analysis by State Space Methods**. First Edition. Oxford Statistical Science Series.
- 2 - Tanizaki, Hisashi. **Nonlinear Filters**. Second Edition. Springer.
- 4 - Doornik, J. A. and Ooms, Marius. **Introduction to Ox**. Disponível em: <http://www.doornik.com/ox> Acesso em: 05 de julho de 2007.