

APLICAÇÕES DE MÉTODOS DE ENERGIA A PROBLEMAS DE INSTABILIDADE DE ESTRUTURAS

Aluno: Juliana Braghini Ramalho

Orientador: Raul Rosas e Silva

Introdução

Foi realizado um estudo de métodos de energia que permitiram desenvolver aplicações em elementos finitos. Primeiramente, foi feita uma revisão dos conceitos básicos de Elasticidade, com base na referência [1]. Isto possibilitou o acompanhamento de um texto geral sobre Métodos de Energia [2], com a revisão do Princípio dos Trabalhos Virtuais e o conhecimento de teoremas gerais. A seguir, voltou-se atenção a aplicações [3], com uso de teoremas tais como o Teorema Recíproco de Maxwell, os 1º e 2º Teoremas de Castigliano e o Teorema de Crotti-Engesser [3]. A partir disso, foram feitos estudos numéricos com uso de métodos numéricos baseados no Método de Rayleigh-Ritz. Alguns exemplos de aplicação foram utilizados no programa Mathcad, com um estudo do procedimento para cálculo de cargas críticas e modos de flambagem e frequências e modos de vibração de treliças, vigas e pórticos [4]. Foram feitos alguns estudos preliminares sobre problemas envolvendo não-linearidade.

Objetivos

Estudar os métodos numéricos associados aos princípios de energia que regem os problemas estruturais.

Desenvolver procedimentos para uso de programas computacionais (Excel, Mathcad e outros), na avaliação do comportamento estático e dinâmico em situações de instabilidade estruturas envolvendo treliças, vigas e placas.

Metodologia

No método de Rayleigh-Ritz, utiliza-se um conjunto de funções para descrever os deslocamentos no interior de cada elemento estrutural, a partir de graus de liberdade nodais (funções de forma convencionais para elementos finitos) ou graus de liberdade generalizados (correspondentes a modos admitidos de deslocamentos na estruturas). Este método pode ser empregado em estruturas unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais.

Para a modelagem do elemento de viga (isolada ou como componente de um pórtico plano) foi utilizado o método descrito em [4] e utilizado em [5], com funções cúbicas convencionais combinadas com funções polinomiais (ou trigonométricas) adicionais.

As funções lineares convencionais para elemento de treliça e as funções cúbicas convencionais para elemento de viga podem ser obtidas aplicando-se deslocamentos unitários em cada um dos seis graus de liberdade correspondentes a um elemento de pórtico plano [5].

Para as funções adicionais desenvolvidas, são utilizados polinômios (puros ou combinados com funções trigonométricas), que foram escolhidos de maneira a não afetar as condições de contorno do elemento de viga. Para isto, basta impor valores nulos das funções e das primeiras derivadas nas extremidades do elemento. Esta metodologia, desenvolvida em trabalhos anteriores [5], tem a vantagem de tratar igualmente condições de apoio (contorno) as mais diversas, podendo inclusive levar em conta apoios flexíveis (molas translacionais e

rotacionais). O número de funções adicionais é escolhido de forma a obter a aproximação desejada, quanto maior o número de funções melhor a aproximação.

Além do tratamento de vigas, este trabalho avança em relação a trabalhos anteriores, ao tratar de estruturas com elementos bidimensionais (placas). Para tais estruturas, são obtidos deslocamentos, tensões e reações de apoio. São ainda obtidas as frequências e modos de vibração correspondentes, bem como as cargas críticas de instabilidade (flambagem) e modos associados.

São feitos alguns estudos sobre utilização de refinamentos no formato descrito acima (refinamento p) e com uso de subdivisão do contínuo em elementos (Métodos dos Elementos Finitos com refinamento h), sendo verificada a possibilidade de técnicas de extrapolação para redução dos erros de discretização.

São apresentadas algumas considerações sobre efeitos da não-conservatividade da energia em problemas inelásticos e problemas em que há fontes externas de energia. Nesses casos, surgem não-simetrias nas matrizes envolvidas e o cálculo de cargas críticas requer considerações dinâmicas, pois há o aparecimento de fenômenos de flambagem oscilatória [4].

Conclusões

O estudo dos teoremas de energia permite uma compreensão maior do comportamento de estruturas em geral. Desses teoremas são derivados métodos que permitem análise estrutural linear e não-linear, estática e dinâmica, com efeitos de instabilidade, que se mostram bastante práticos e facilmente implementáveis computacionalmente em forma numérica e simbólica.

Referências

- 1 – SILVA, R. R. e. **Notas de Aula do Curso CIV2103 - Teoria da Elasticidade**. Rio de Janeiro: Depto. de Eng. Civil, PUC-Rio, 2006.
- 2 – MASON, J. e SOUZA, J. M. de. **Métodos de Energia – com Aplicações a Problemas Elásticos**. Rio de Janeiro: Interciência Ltda., 1976, 157 p.
- 3 – TIMOSHENKO, S. P. e GERE, J.E. **Mecânica dos sólidos, vol 2**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1998.
- 4 – SILVA, R. R. e. **Arquivos em Mathcad do Curso CIV2106 – Instabilidade das Estruturas**. Rio de Janeiro: Depto. de Eng. Civil, PUC-Rio, 2006.
- 5 – ALVES, B. S. C. **Modelos Computacionais para Flambagem e Vibração de Estruturas**. Anais. IX SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA PUC-RIO. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2001.