

# SOLIDIFICAÇÃO NA PRESENÇA DE INVERSÃO DE DENSIDADE

**Alunos: Raphael Luiz Pais e Bruno Bretas De Macedo Silva**

**Orientador: Angela Ourivio Nieckele**

## Introdução

Este trabalho envolve o estudo de armazenamento de energia baseados no calor latente na presença da inversão da densidade.

A geometria cilíndrica é de grande importância no campo da Engenharia, sendo muito utilizada em equipamentos de armazenagem de energia que, baseados no calor latente, possuem um papel importante na economia, devido a alta capacidade de armazenar energia por unidade de volume [1]. No entanto a presença da inversão da densidade dificulta a obtenção da solução devido a complexibilidade do escoamento, já que estudos passados demonstraram que o fenômeno de inversão afeta drasticamente a troca de calor [2-3].

Durante a década passada, o uso de materiais de mudança de fase em equipamentos de armazenamento de energia baseados no calor latente foi proposto por diversos autores para aumentar a taxa de carregamento e descarregamento de unidades [4-5]. Assim, estes sistemas têm sido utilizados sabiamente em energia solar, recuperação de energia industrial desperdiçada e aplicação deslocando da carga do poder elétrico.

O principal objetivo dos diversos trabalhos relacionados a sistemas de armazenagem de energia é a determinação da máxima capacidade de armazenar energia por unidade de volume, associado com a condutividade térmica do material de mudança de fase [6]. Estudos em relação a sistemas de armazenamento de energia têm sido o alvo de diversos trabalhos [7-11].

## Objetivos

Diversos estudos da convecção natural da água em uma cavidade vertical anular, na presença da inversão de densidade foram apresentados por Stampa et al. [12-15]. Em um destes estudos [13] investigou-se a influência no processo de solidificação do raio interno da cavidade, mantendo os outros parâmetros geométricos constantes.

O objetivo do presente trabalho consiste na análise numérica da estrutura do escoamento e da transferência de calor por convecção natural da água, em uma cavidade cilíndrica, durante um processo de carregamento (solidificação) de um equipamento de armazenagem de energia (formação de gelo), considerando as mesmas condições de Stampa *et al.* [13].

## Modelamento Matemático

Considera-se um tanque de armazenagem posicionado verticalmente, assim como os tubos internos através dos quais escoam o fluido secundário, conforme ilustrado na Figura 1. Para analisar a transferência de calor entre o material de mudança de fase (PCM) e um tubo interno durante a formação do gelo ao redor do mesmo, selecionou-se uma cavidade vertical como o modelo físico. Portanto, a parede vertical interna representa um dos tubos posicionado dentro do tanque de armazenagem, enquanto que a parede vertical externa representa a espessura máxima do gelo formado ao redor do tubo.

O tanque de armazenagem de energia (Figura 2) é considerado como uma cavidade cilíndrica de altura  $L=12,84$  cm, espaço anular  $W=4,48$  cm e raio interno  $R_{in}$ . Três valores diferentes foram considerados:  $R_{in}=6,35$  mm;  $9,525$  mm e  $12,7$  mm. A cavidade é preenchida com água como material de mudança de fase, cuja temperatura de fusão é  $T_m=0^\circ\text{C}$ .

Inicialmente considera-se uma cavidade com temperatura uniforme e igual a  $T_{in} = +6^{\circ}\text{C}$ . As paredes lateral, superior e inferior da cavidade são isoladas e a parede interna é resfriada a  $6^{\circ}\text{C}$ .

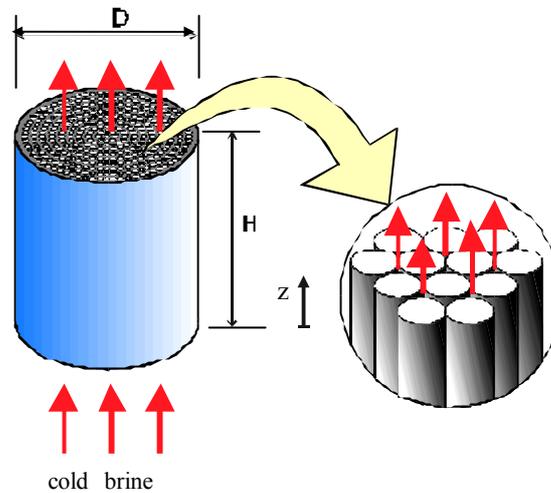


Figura 1: Tanque de armazenamento de energia

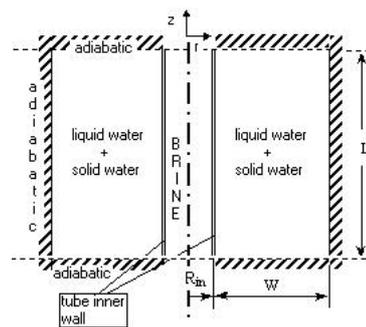


Figura 2: Domínio físico considerado

Considerou-se igualdade entre todas as propriedades termofísicas da água e gelo com exceção da massa específica, a qual é governada pela seguinte expressão [16], leva em conta a inversão da mesma com a temperatura  $T$ .

$$\rho_{\ell} = \rho_{\ell, \max} \left[ 1 - \text{rsp} | T - T_{\max} |^b \right] \quad (1)$$

onde  $\rho_{\ell, \max} = 999,972 \text{ kg/m}^3$ ,  $\text{rsp} = 9,297 \times 10^{-6} (\text{°K})^{-b}$ ,  $T_{\max} = 4,029 \text{ °C}$  e  $b = 1,895$ .

As equações que governam o fenômeno são conservação de massa, quantidade de movimento linear e de energia, que podem ser expressas como:

$$\text{div} (\rho_{\ell, \text{ref}} \mathbf{U}) = 0 \quad ; \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho_{\ell, \text{ref}} \mathbf{U})}{\partial t} + \text{div} (\rho_{\ell, \text{ref}} \mathbf{U} \mathbf{U}) = \text{div} (\mu_{\ell} \text{grad } \mathbf{U}) - \text{grad } P + \rho_{\ell} \mathbf{g} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \left[ (\rho_{\ell, \text{ref}} c_{p\ell} \varepsilon + \rho_s c_{ps} (1-\varepsilon)) T \right]}{\partial t} + \mathbf{div} (\rho_{\ell, \text{ref}} \varepsilon \mathbf{U} c_{p\ell} T) = \mathbf{div} [(k_{\ell} \varepsilon + k_s (1-\varepsilon)) \mathbf{grad} T] - \frac{\partial (\rho_{\ell, \text{ref}} \varepsilon \Delta h_{\text{lat}})}{\partial t} \quad (4)$$

onde:  $\rho$  é a massa específica,  $\mu$  é a viscosidade absoluta.  $\ell$  e  $s$  correspondem a propriedades líquido e sólidas do material de mudança de fase.  $\mathbf{U}$  é um vetor de velocidade,  $p$  é pressão,  $\mathbf{g}$  é o vetor de aceleração gravitacional. As propriedades termofísicas do material de mudança de fase para líquido  $\ell$  e sólido  $s$ , expressas por  $k$  e  $c_p$ , são condutividade térmica e calor específico em pressão constante, respectivamente.  $T$  é a temperatura do material e  $t$  é o tempo.  $\Delta h_{\text{lat}}$  é o calor latente da fusão e  $\varepsilon$  é a fração de volume, que é definida por:

$$\varepsilon = \nabla_{\ell} / \nabla \quad (5)$$

onde:  $\nabla_{\ell}$  e  $\nabla$  são volume líquido e volume total, respectivamente.

O último termo do lado direito da Eq. (4) é diferente de zero só nas regiões onde a mudança de fase ocorre. A fração de volume  $\varepsilon$  é igual a um quando o material de mudança de fase está na fase líquida.

As condições de contorno associadas a essas equações são condição de não deslizamento nas paraede, parede superior, inferior e lateral isoladas e parede interna com temperature constante, descrito por

$$\text{para } z=0 \text{ and } z=L ; R_{\text{in}} \leq r \leq (R_{\text{in}} + W) \Rightarrow \partial T / \partial z = 0 \quad (6)$$

$$\text{para } r = (R_{\text{in}} + W) ; 0 \leq z \leq L \partial T / \partial r = 0 \quad (7)$$

$$\text{para } r = R_{\text{in}} ; 0 \leq z \leq L \Rightarrow T = T_c \quad (8)$$

Utilizando as seguintes variáveis adimensionais

$$U^* = \frac{\rho_{\ell, \text{max}} U W}{\mu_{\ell}} ; \quad \theta = \frac{T - T_m}{T_{\text{in}} - T_m} ; \quad P = \frac{p^* \rho_{\ell, \text{max}}}{(\mu_{\ell} / W)^2} ; \quad (9)$$

$$Z = \frac{z}{W} ; \quad R = \frac{r}{W} ; \quad \text{Fo} = \frac{\mu_{\ell} t}{\rho_{\ell, \text{max}} W^2} \quad (10)$$

onde  $p^* = p + \rho_{\ell, \text{max}} g y$ .

Os ppropriedades adimensionais que governam o problema são

$$\rho^* = \frac{\rho_s}{\rho_{\ell, \text{max}}} ; \quad k^* = \frac{k_s}{k_{\ell}} ; \quad c_{p^*} = \frac{c_{ps}}{c_{p\ell}} ; \quad (11)$$

$$\text{Pr} = \frac{\mu_{\ell} c_{p\ell}}{k_{\ell}} ; \quad \Phi_m = \frac{T_m}{|T_{\text{in}} - T_m|} ; \quad \Phi_{\text{max}} = \frac{T_{\text{max}}}{|T_{\text{in}} - T_m|} \quad (12)$$

O problema é governado pelos seguintes parâmetros geométricos:

$$RR = \frac{R_{in} + W}{R_{in}} = 1 + \frac{W}{R_{in}} \quad ; \quad AR = \frac{L}{W} \quad (13)$$

O volume adimensional pode ser obtido como

$$V^* = \frac{\forall}{\pi W^3} = \left[ \frac{RR + 1}{RR - 1} \right] AR \quad (14)$$

onde Pr é o número de Prandtl number, RR é a razão de raios, AR razão de aspecto e  $\forall$  é o máximo volume de armazenagem do gelo, sendo  $V^*$  seu valor adimensional. Os parâmetro físicos adimensionais são o número de Grashof, Gr, e o número de Stefan,  $Ste$ , além do parâmetro de sub-resfriamento,  $\theta_c$ , definidos como

$$Gr_L = \frac{\rho_{\ell, \max} g r_{sp} |T_{in} - T_m|^b L^3}{\mu_{\ell}^2 / \rho_{\ell, \max}} \quad ; \quad Ste_{\ell} = \frac{cp_{\ell} |T_{in} - T_m|}{\Delta h_{lat}} \quad ; \quad \theta_c = \frac{T_c - T_m}{T_{in} - T_m} \quad ; \quad Ste_s = cp^* |\theta_c| Ste_{\ell} \quad (15)$$

### Método Numérico

Para resolver as equações de conservação, utilizou-se a técnica de volumes finitos, juntamente com o esquema Power-Law e algoritmo SIMPLE [17]. O sistema algébrico foi resolvido com o Algoritmo TDMA linha por linha. Utilizou-se uma malha com 280 x 280 pontos nodais e passo de tempo de 1 s.

### Resultados

Uma vez que o presente trabalho corresponde a mudança de fase da água, as propriedade da água/gelo foram mantidas constantes, e foram especificadas de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1: Propriedades da água/gelo

PROPRIEDADES	$\rho_{REF} = \rho_{\ell, MAX}$ (kg/m <sup>3</sup> )	cp (J/kg K)	k (W/m <sup>2</sup> K)	$\mu$ (kg/m s)	$\Delta h_{lat}$ (J/kg)
<b>ÁGUA</b>	999,97	4200	0,602	0,001203	333600
<b>GELO</b>	999,97	2060	2,3	—	—

Os seguintes parâmetros físicos adimensionais que governam este escoamento foram mantidos constantes e encontram-se ilustrados na Tabela 2. No trabalho realizado, os parâmetros dimensionais referentes as propriedade, mostrados na Tabela 3, são constantes.

Tabela 2: Parâmetros físicos adimensionais

$\theta_c$	$Gr_L$	$Ste_{\ell}$	$Ste_s$	$\Phi_{max}$	$\Phi_m$
-1	$3,98 \times 10^6$	0,075	0,037	46,2	45,5

As simulações numéricas foram divididas em 3 casos, como mostrado na Tabela 4, em que os valores do raio interno da cavidade são diferentes. Porém, com a variação do RR, não

foi possível manter o volume  $V^*$  constante. O processo de carregamento foi estudado para os 3 casos.

Tabela 3 - Propriedades Adimensionais

$\rho^*$	$k^*$	$cp^*$	Pr
1	3,82	0,49	8,4

Tabela 4 - Parâmetros de estudo

PARÂMETROS	CASO 1	CASO 2	CASO 3
W (m)	0,0448	0,0448	0,0448
L (m)	0,1284	0,1284	0,1284
$R_{in}$ (m)	$6,35 \times 10^{-3}$	$9,525 \times 10^{-3}$	$12,7 \times 10^{-3}$
AR	2,87	2,87	2,87
RR	8,06	5,70	4,53
$V^*$	3,67	4,08	4,48

O aumento do raio interno da cavidade (menor RR) induz a cavidades com volumes maiores, assim como maior quantidade de gelo formado,  $m_{sol(ice),max}$  levando a um tempo maior para completamente preencher a cavidade com gelo. Estes valores encontram-se na Tabela 5.

Tabela 5. Tempo máximo para congelar totalmente a água e fluxo de calor na parede interna

	CASO 1 RR=8,06	CASO 2 RR=5,70	CASO 3 RR=4,53
$Fo_{max}$	2,85	19,58	17,96
$m_{sol(ice),max}$ (kg)	1,045	1,154	1,269
$E_{sen,max}$ (W)	6.212	6.897	7.583
$E_{lat,max}$ (W)	55.169	61.262	67.354
$q_{max}^*$	107.827	96.129	95.691

As energias sensível e latente armazenadas na região anular, durante o processo de transiente de carregamento são adimensionalizadas com os valores máximos possíveis de energia sensível ( $E_{sen,max}$ ) e energia latente ( $E_{lat,max}$ ) de acordo com

$$E_{sen} = \frac{\int_{V_\ell} \rho_{\ell,max} cp_\ell (T_m - T) dV + \int_{V_s} \rho_s cp_s (T_{in} - T) dV}{E_{sen,max}} ; \quad (16)$$

$$E_{sen,max} = \rho_{\ell,max} \forall cp_\ell (T_c - T_m) + \rho_s \forall cp_s (T_m - T_{in}) \quad (17)$$

$$E_{\text{lat}} = \frac{\int_{\forall_{\ell, 0^{\circ}\text{C}}} \rho_{\ell, \text{max}} \Delta h_{\text{lat}} d\forall}{E_{\text{lat, max}}} \quad ; \quad (18)$$

$$E_{\text{lat, max}} = \rho_{\ell, \text{max}} \forall \Delta h_{\text{lat}} \quad (19)$$

onde  $\forall_{\ell, 0^{\circ}\text{C}}$  representa o volume cuja temperatura atingiu  $0^{\circ}\text{C}$ .

O fluxo de calor médio na parede interna da cavidade pode ser obtido pela seguinte expressão

$$\bar{q} = \frac{1}{L} \int_0^L q dz \quad ; \quad q = -k_s \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{inner wall}} \quad (20)$$

onde  $q$  é o fluxo de valor na parede interna.

$$q = -k_s \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{inner wall}} \quad (21)$$

O fluxo de calor médio  $\bar{q}$ , pode ser adimensionalizado com

$$q^* = \frac{\bar{q}}{k_{\ell}(T_{\text{max}} - T_m)/W} \quad (22)$$

Finalmente, a fração de gelo formado,  $f_{\text{ice}}$ , é definido como uma função da razão das massa de gelo e total como:

$$f_{\text{ice}} = \frac{m_{\text{ice}}}{m_{\text{tot}}} = \frac{m_{\text{ice}}}{\rho_{\ell, \text{max}} \forall} = \frac{m_{\text{sol}}}{m_{\text{sol, max}}} \quad (23)$$

A máxima energia sensível armazenada e máxima energia latente armazenada, assim como o máximo fluxo de calor na parede interna, encontram-se ilustrados na Tabela 5, para as diferentes razões de raio.

A Figura 3 ilustra as linhas de corrente e a Figura 4 as isotermas para 25% do tempo total para congelar totalmente a cavidade. As Figuras 5 e 6 correspondem as linhas de corrente e isotermas para 50 % do tempo total de congelamento, respectivamente. Os mesmos resultados são apresentados nas Figuras 6 e 7, para 75% do tempo total de congelamento.

Pode-se observar na Figura 3, uma grande célula girando no sentido anti-horário, na qual o fluido frio escoava para cima adjacente a interface sólida líquido. O tamanho desta célula diminuiu com o aumento do raio interno, devido à formação de uma célula menor no topo girando no sentido horário. Estas células são separadas pelo contorno da densidade máxima, como pode ser notado nos gráficos das isotermas. À medida que o tempo passa, o gelo vai se formando, a temperatura vai caindo, restando somente uma célula girando no sentido anti horário (Figuras 5 e 6), dando origem a uma menor espessura do gelo na base da cavidade, pois as temperaturas mais altas encontram-se em baixo.

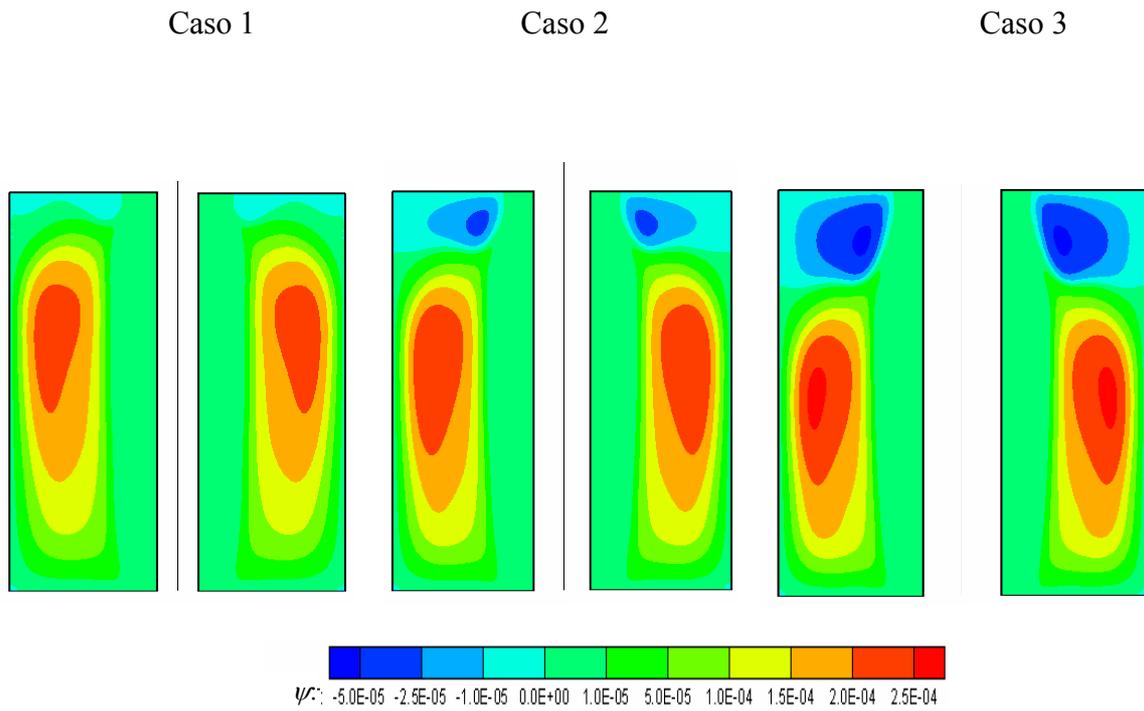


Figura 3: Linhas de corrente  $\psi$  para 25% do tempo total de congelamento  $Fo_{Max}$

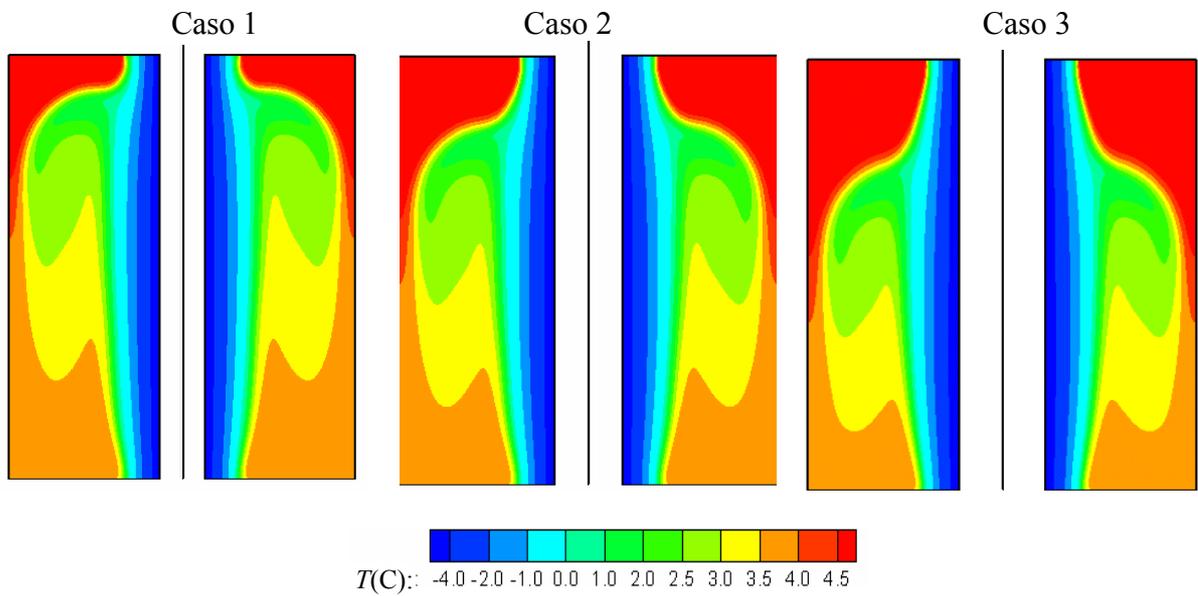


Figura 4: Isotermas  $T$  para 25% do tempo total de congelamento  $Fo_{Max}$

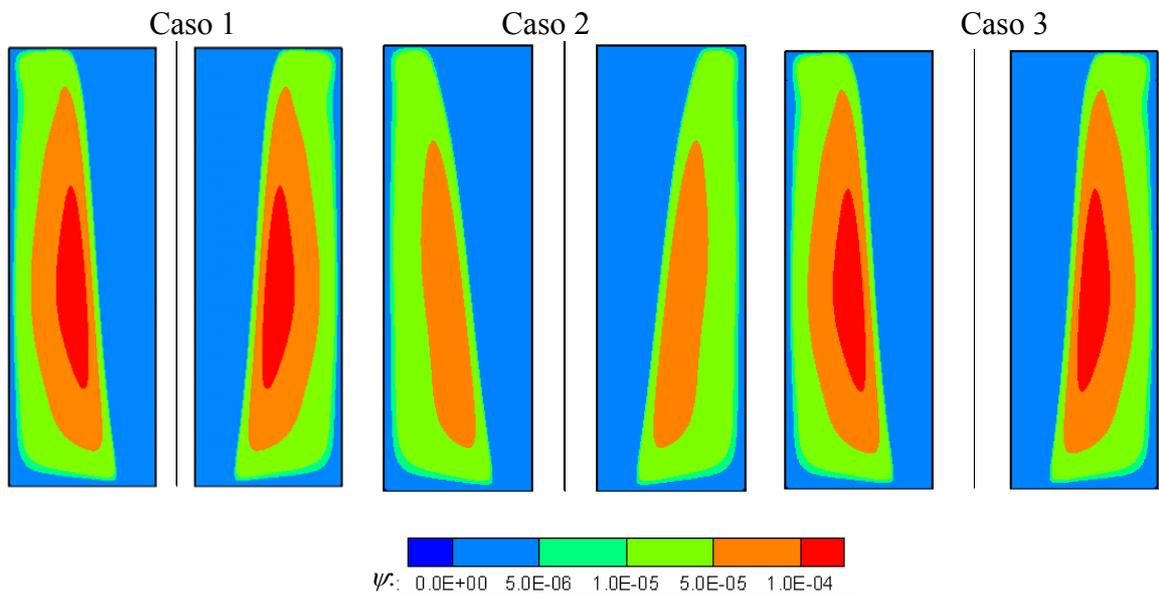


Figura 5: Linhas de corrente  $\psi$  para 50% do tempo total de congelamento  $Fo_{Max}$

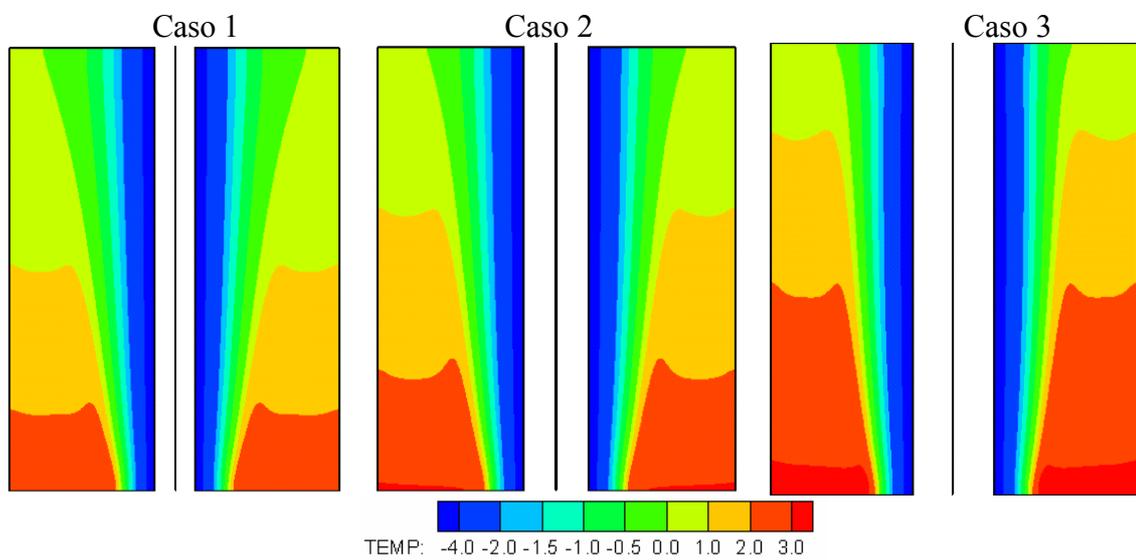


Figura 6: Isotermas  $T$  para 50% do tempo total de congelamento  $Fo_{Max}$

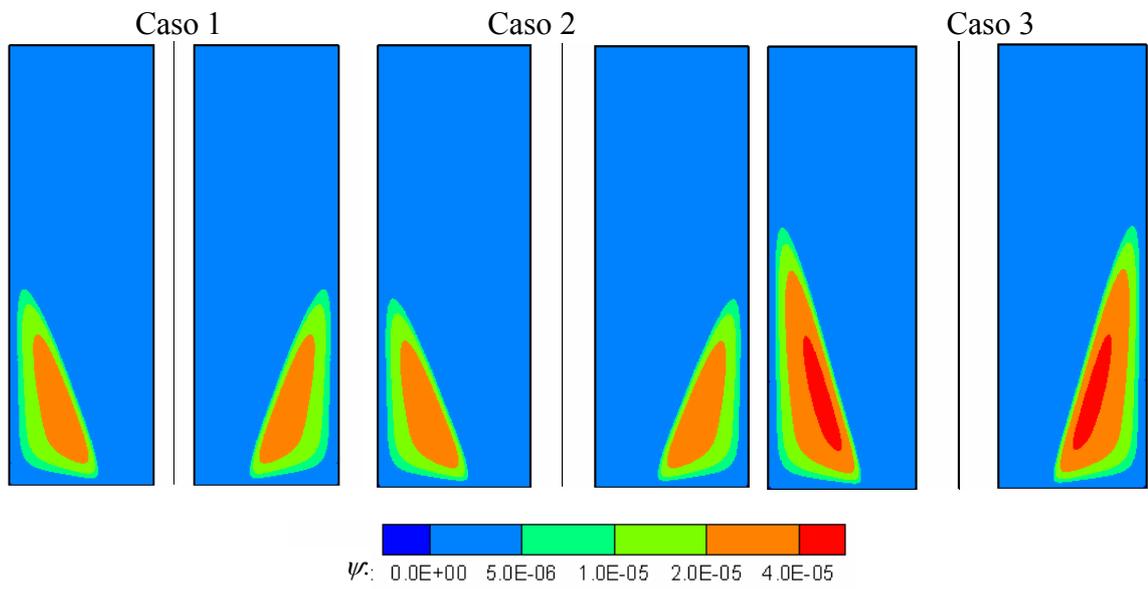


Figura 7: Linhas de corrente  $\psi$  para 75% do tempo total de congelamento  $Fo_{Max}$

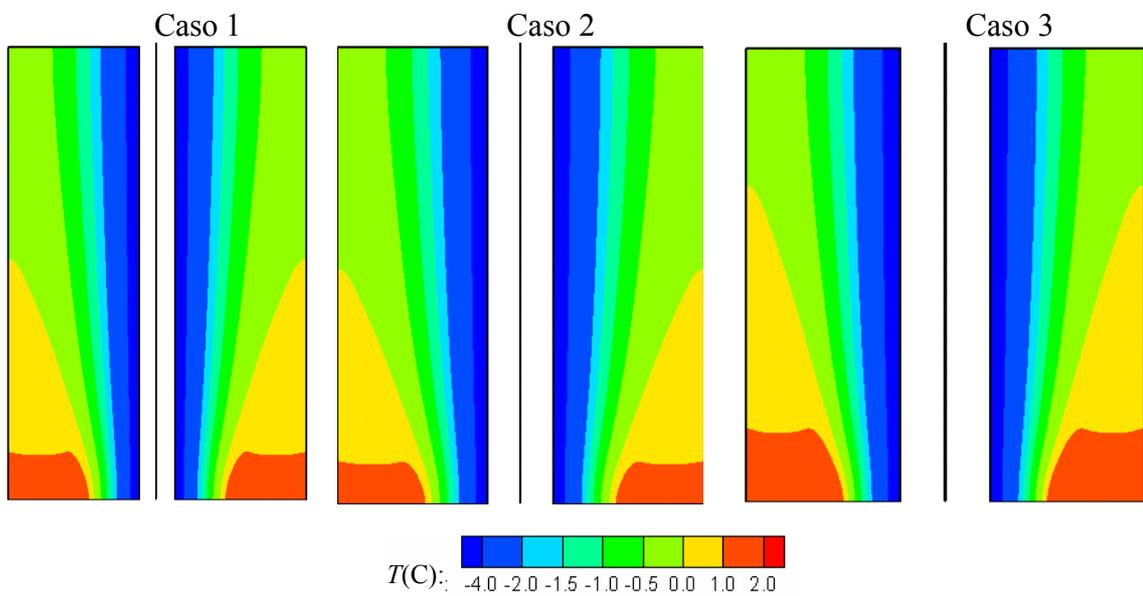


Figura 7: Isotermas  $T$  para 75% do tempo total de congelamento  $Fo_{Max}$

As Figuras 8 a 10 apresentam o comportamento transiente da massa de gelo, energia sensível e latente. Observa-se que o tubo interno menor (caso 1) necessita de um tempo maior para congelar toda a água, o que é um aspecto positivo, pois reduz a perda de calor para o meio. Porém, observa-se uma resposta no tempo mais lenta com relação à energia armazenada sensível e latente, o que é pode ser prejudicial uma demanda rápida de energia.

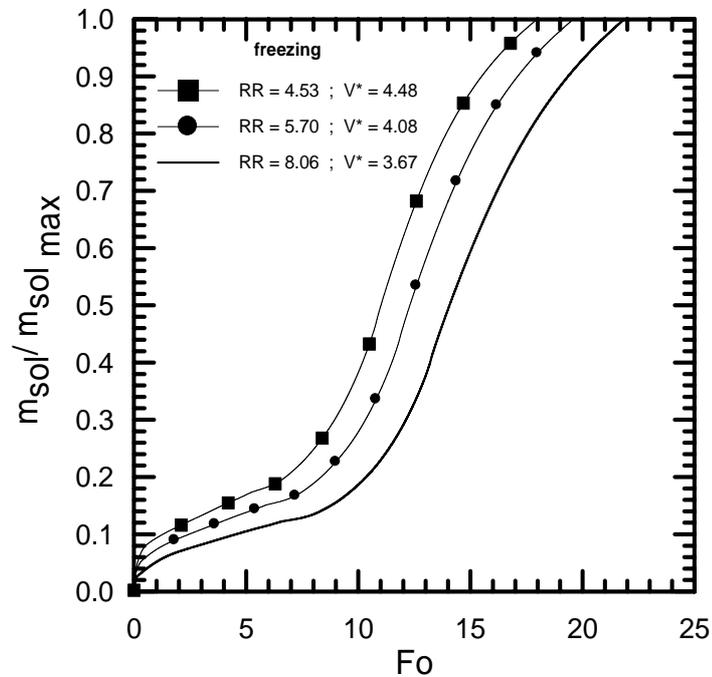


Figura 8: Comportamento transiente da massa de gelo, energia sensível e latente.

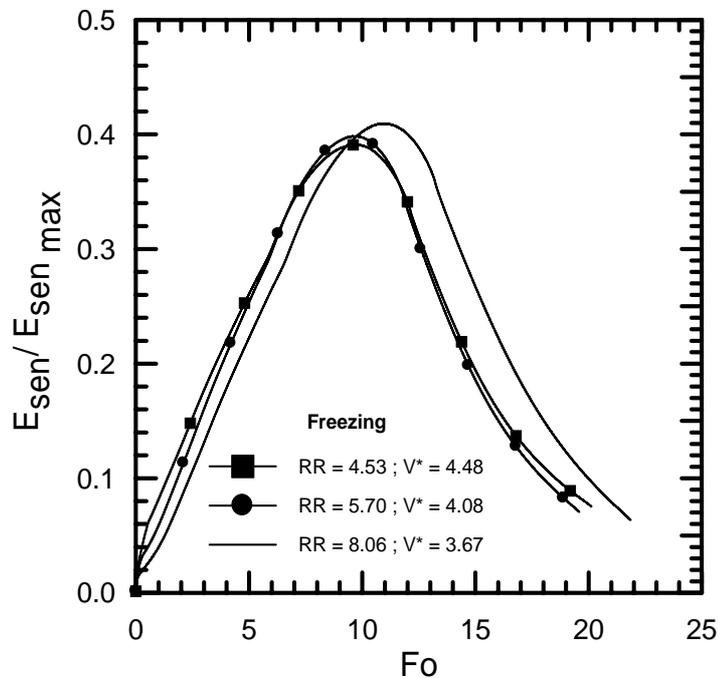


Figura 9: Comportamento transiente da massa de gelo, energia sensível e latente.

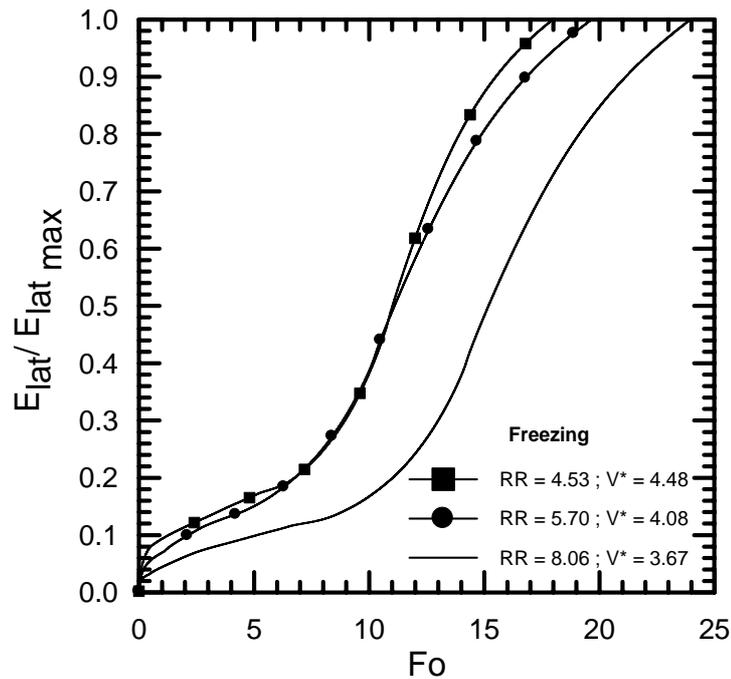


Figura 10: Comportamento transiente da massa de gelo, energia sensível e latente.

### Conclusões

O alvo do presente estudo é contribuir para a literatura dos sistemas de armazenamento de gelo. A meta deste estudo era investigar a influência do raio interno da cavidade na performance do tanque de armazenamento operando no processo de carregamento completo

A modelagem do problema permite uma maior compreensão do comportamento da água onde há inverção de densidade. Mostrou-se que para o processo de carregamento (congelamento) o melhor arranjo geométrico consiste em utilizar cavidade com grandes razões de aspecto (RR), isto é, pequeno raio interno da cavidade.

### Referências

- 1 - FARID, M.M., KHUDHAIR, A.M., RAZACK, S.A.K. AND HALLAJ, S. AL-, 2004, A review on phase change energy storage: Materials and applications, **Energy Convers. Manag.**, Vol. 45, pp. 1597–1615.
- 2 - KAYANSAYAN, N. and ACAR, M. ALI, 2006, Ice formation around a finned-tube heat exchanger for cold thermal energy storage, **Int. J. of Thermal Sciences**, Vol. 45, pp. 405-418.
- 3 - LIN, D., NANSTEEL, N. W., 1987, Natural convection heat transfer in a vertical annulus containing water near the density maximum., **J. Heat Transfer**, Vol. 109, pp. 899-905.
- 4 - WANG, J.F., CHEN, G.M. and ZHENG, F., 1999, “Study on phase change temperature distributions of composite PCMs in thermal energy storage systems”, **Int. J. Energy Res.**, Vol. 23, pp. 277–285
- 5 - WANG, J.F., OUYANG, Y.X. and CHEN, G.M., 2001, Experimental study on charging processes of a cylindrical heat storage capsule employing multiple-phase-change materials, **Int. J. Energy Res.**, Vol. 25, pp. 439–447.
- 6 - ODA, Y., OKADA, M., NAKAGAWA, S., MATSUMOTO, K. AND KAWAGOE, T., 2004, Continuous ice formation in a tube by using water–oil emulsion for dynamic-type ice-making cold thermal energy storage, **Int. Journal of Refrigeration**, Vol. 27, pp. 353-359.

- 7 - CABEZA, L. F., MEHLING, H., HIEBLER, S. AND ZIEGLER, F., 2002, Heat Transfer Enhancement in Water When Used as PCM in Thermal Energy Storage, **Appl. Thermal Eng.**, Vol. 22, pp. 1141-1151.
- 8 - ISMAIL, KAMAL A. R. AND SILVA, M. G. E., 2003, “Numerical solution of the phase change problem around a horizontal cylinder in the presence of natural convection in the melt region”, **Int. Journal of Heat and Mass Transfer**, Vol. 46, pp.1791-1799.
- 9 - ISMAIL, KAMAL A. R., HENRIQUEZ, J. R. AND SILVA, T. M., 2003, “A parametric study on ice formation inside a spherical capsule”, **Int. Journal of Thermal Sciences**, Vol. 42, pp.881-887.
- 10 - KAYANSAYAN, N. AND ACAR, M. ALI, 2006, Ice formation around a finned-tube heat exchanger for cold thermal energy storage, **Int. Journal of Thermal Sciences**, Vol. 45, pp. 405-418.
- 11 - ELSAYED, AMR. O., 2007, Numerical study of ice melting inside rectangular capsule under cyclic temperature of heat transfer fluid, **Energy Conversion and Management**, Vol. 48, pp. 124-130.
- 12 - STAMPA, C. S., NIECKELE, O. A., 2002, A Numerical Study Of The Growth Of Ice Formation Around A Tube, During The Full Charging Process Of An Indirect, Area-Constrained, Ice-On-Pipe Storage Tank, The Eighth Joint Thermo physics and Heat Transfer Conference, **AIAA-Heat Transfer in Energy Systems**, St Louis, June 24-27.
- 13 - STAMPA, C. S., NIECKELE, O. A. and Braga, S. L., 2003, A Numerical Parametric Study of the Growth of Ice Formation Around a Vertical Tube, During the Full Charging Process of an Indirect, Area-constrained, Ice-on-pipe Storage Tank, **Summer Heat Transfer Conference-ASME**, Las Vegas, USA
- 14 - STAMPA, C. S., NIECKELE, O. A., 2004, “A Numerical Study Concerning Indirect Ice Storage Tanks”, Proceedings of **IMECE 2004 International Mechanical Engineering Congress and RD&D Expo**, Anaheim, California, USA, November 13-19, 2004. IMECE2004-60677
- 15 - STAMPA, C. S., NIECKELE, O. A., 2006, Numerical Analysis Of Indirect Ice Storage Systems Performance”, **Thermal Engineering**, Vol. 5 (1), pp.84-89.
- 16 - GEBHART, B., MOLLENDORF, J. C., 1977, A New Density Relation for Pure and Saline Water, **Deep Sea Res.**, Vol. 24, pp. 831-848.
- 17 - PATANKAR, S. V., 1980, **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, Hemisphere Publishing, New York.