

# ARITMÉTICA INTERVALAR EM JAVA

**Aluno: Vinícius Costa V. B. Segura**  
**Orientador: Sinésio Pesco**

## Motivação

A aritmética a que estamos habituados é baseada no conjunto dos números reais. Contudo, experiências em física e química raramente apresentam um resultado igual quando são repetidas. Dessa forma, usualmente trabalha-se com um conceito de erro: um resultado é expresso como sendo uma constante mais ou menos um erro ( $a \pm e$ ).

Percebe-se que essa representação nada mais é do que um intervalo de confiança, ou seja, qualquer número entre  $a - e$  e  $a + e$  é considerado um resultado aceitável. Nesse contexto, por que não trabalhar diretamente com essa faixa de valores ao invés do valor pontual a que estamos habituados? É para atender a essa demanda que surge a aritmética intervalar.

## Objetivos

Estudar os conceitos da aritmética intervalar e implementá-los em Java, visando criar um módulo genérico de manipulação de intervalos. Tal módulo deve ser desenvolvido de forma a possibilitar várias aplicações futuras, tais como visualização e edição de gráficos e computação científica.

## Aritmética Intervalar

A aritmética intervalar é definida em conjuntos de intervalos ao invés de conjuntos de números reais[1]. Seu início data de 1924 e desde então é um assunto muito pesquisado. Os intervalos podem ser denotados como  $x = [\underline{x}, \bar{x}]$  e  $y = [\underline{y}, \bar{y}]$ , onde  $x$  e  $y$  são os intervalos,  $\underline{x}$  e  $\underline{y}$  são os limites inferiores do intervalo e  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  os limites superiores do intervalo.

Com essa notação, é possível definir as 4 operações básicas através de:

$$\begin{aligned}x + y &= [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}] \\x - y &= [\underline{x} - \bar{y}, \bar{x} - \underline{y}] \\x \times y &= [\min(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y}), \max(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y})] \\1 \div x &= [1 \div \bar{x}, 1 \div \underline{x}] \rightarrow \text{onde } \underline{x} > 0 \text{ ou } \bar{x} < 0 \\x \div y &= x \times (1 \div y)\end{aligned}$$

Pode-se observar que cada uma das operações básicas da aritmética intervalar funciona de forma equivalente às operações básicas com números reais, tendo as mesmas limitações e utilidades. Se forem monitorados o limite superior e inferior após cada operação, verifica-se que o resultado das quatro operações básicas da aritmética intervalar é exatamente o mesmo das correspondentes operações com números reais. Assim, é possível estabelecer um intervalo de confiança onde certamente reside o resultado da operação.

Em seguida, podemos aplicar a aritmética intervalar sobre as funções elementares usuais (trigonométricas, exponenciais, etc). Conseqüentemente, qualquer método numérico aplicável a uma função real pode ser estendido para ser calculado através da aritmética intervalar. Assim, torna-se possível usar a aritmética intervalar em métodos numéricos, em problemas de otimização, e outros.

Um exemplo de sua aplicação é o cálculo do limite de uma função. Se considerarmos a função  $f(x) = x(x - 1)$  temos, para o domínio limitado entre 0 e 1, que o conjunto imagem da função está contido no intervalo  $[-1,0]$ , pois  $f([0,1]) = [0,1]([0,1] - 1) = [0,1][-1,0] = [-1,0]$ . Percebe-se que os limites calculados através da aritmética intervalar muitas vezes são mais confiáveis, pois é seguro afirmar que o resultado real está contido no intervalo obtido.

Desta forma, a aritmética intervalar pode ser usada para calcular qualquer expressão que possa ser obtida através da aritmética com números reais. Ou seja, é possível expressar resultados em termos de intervalos que contenham o resultado exato.

### A escolha por Java

Um dos objetivos do projeto foi permitir que futuras aplicações web pudessem ser desenvolvidas com o módulo criado. Por esta razão, optou-se pela plataforma Java que atende a essa especificação. Os programas escritos em Java são rodados sobre o Java Virtual Machine (JVM) e não diretamente sobre o sistema operacional, como ocorreria, por exemplo, na linguagem C (ver figura 1).

A execução do programa Java não depende da máquina onde ele está sendo executado, desde que nela esteja instalado o JVM. Assim, teremos um ambiente multi-plataforma, possibilitando que um programa rode em vários computadores diferentes com o mesmo comportamento e eficiência.

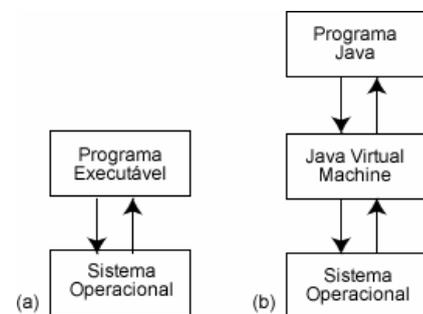


Figura 1 – Diferença entre um programa C (a) e um Java (b)

### Conclusões

A aritmética intervalar é um instrumento bastante poderoso que atende a um sem número de aplicações de diferentes áreas, tratando problemas em economia e finanças (otimização), da computação gráfica (interseção de superfícies e remoção de linhas escondidas), de controle de qualidade (processos de manufatura em que fatores variam dentro de limites pré-fixados), dentre outros.

O projeto visou a construção de um módulo genérico para manipular intervalos que fosse multi-plataforma, possibilitando, assim, a criação de aplicações web. Com isso, criou-se uma base de cálculo que permitirá o desenvolvimento de programas com uma computação mais complexa e que seja executado em vários computadores diferentes sem comprometer sua funcionalidade.

### Referências

- 1 - KEARFOTT, R. B. **Interval Computations: Introduction, Uses and Resources**. Louisiana, 1996. 23p. Euromath – Department of Mathematics, University of Southwestern Louisiana.
- 2 - BARRY, B. **Beginning Programming with Java™ For Dummies**. 2.ed. Hoboken: Wiley Publishing Inc, 2005. 390p.