# EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS

**Aluno: André Rubens França Carneiro**
**Orientador: Rafael Oswaldo Ruggiero Rodriguez**

## Introdução

A teoria das equações diferenciais ordinárias é uma das ferramentas básicas do estudo dos processos evolutivos determinísticos, diferenciáveis e de dimensão finita. Com isso queremos dizer processos cujos estados passados e futuros são determinados unicamente pelo estado presente. Estados esses que necessitam apenas de número finito de parâmetros para serem descritos e cujo conjunto possui a estrutura de variedade diferenciável. Esse é o caso de muitos dos sistemas estudados em mecânica clássica.

Essa teoria tem como um dos pilares o teorema de existência e unicidade, que garante, nas condições apropriadas, que uma equação diferencial possui solução de certa maneira única. De modo mais geométrico, este teorema dá condições sob as quais campos vetoriais podem ser integrados. No entanto, esse teorema não explicita a solução da equação em questão. Dessa forma, ainda restam as seguintes questões: Que classes de equações diferenciais ordinárias possuem métodos para se obter soluções explícitas? Para que tipos de equações diferenciais podem ser utilizados métodos numéricos aproximativos? Quais são esses métodos?

## Objetivos

Introduzir a teoria das equações diferenciais ordinárias com uma abordagem mais geométrica, expondo alguns pontos dessa teoria diferentemente do modo como são abordados na literatura "clássica" sobre o assunto. Em posse disso, estudar alguns pontos relacionados às áreas de sistemas dinâmicos e geometria.

## Desenvolvimento

Através de encontros semanais, foi feita uma leitura orientada de grande parte de [1], em conformidade com o primeiro objetivo do projeto. Este livro é importante referência no assunto, mas tem abordagem e motivação diferentes dos livros mais adotados em cursos de EDO.

São introduzidos os conceitos fundamentais: espaços e fluxos de fase, campos de vetores, singularidades, equações diferenciais, condições iniciais e soluções. Foi demonstrado o teorema de existência e unicidade, o qual justifica a relação entre equações diferenciais ordinárias e processos determinísticos. Em seguida, são abordados outros teoremas básicos: dependência continua das condições iniciais, extensão de soluções e o teorema do fluxo tubular.

Foram estudados os sistemas lineares de EDOs, que são uma classe bastante abrangente, mas que possui uma teoria bem mais simples e completa que o caso geral. Em especial, sistemas lineares com coeficientes constantes podem ser resolvidos utilizando-se a noção de exponencial de um operador linear.

Finalmente, usando o ferramental teórico adquirido, foram vistos alguns outros tópicos relacionados: a noção de índice de singularidades isoladas, com aplicações a campos de vetores em superfícies compactas, as bifurcações de Hopf e sela-nó, o Teorema de Poincaré-Bendixson, que dá um critério para a detecção de ciclos limites em sistemas lineares no plano e a Equação de Van der Pol, uma equação clássica oriunda de modelagem de sistemas elétricos que possui uma análise qualitativa bastante simples.

## Conclusões

O projeto garantiu ao aluno uma primeira experiência com as equações diferenciais bastante diferente daquela de um curso introdutório no assunto. Além do aprendizado obtido, que poderá ser aprofundado posteriormente através de leituras ou cursos específicos, o aluno teve oportunidade de ganhar maturidade matemática, componente indispensável à continuidade dos estudos.

## Referências

1 - ARNOLD, V. I. **Ordinary Differential Equations**. 1.ed. Cambridge: MIT, 1973. 280p.

2 - HIRSCH, M. W.; SMALE, S. **Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra**. 1.ed. New York: Academic Press, 1974. 358p.

3 - CODDINGTON, E. A.; LEVINSON, N. **Theory of Ordynary Differential Equations**. 1.ed. New York: McGraw-Hill, 1955. 429p.

4 - HICKS, N. J. **Notes on Differential Geometry**. 1.ed. Princeton: D. Van Nostrand, 1965. 183p.